الرياضيات المالية

مع تطبيقات في الحاسوب

فتحي خليل حمدان
جامعة البترا



الطبعة الأولى
2010

الرياضيـــات الماليـــة

مع تطبيقات في الحاسوب

فتحي خليل حمدان
جامعة البترا



الطبعــة الأولى
2010

رقم الايداع لدى دائرة المكتبة الوطنية : (2010/6/2177)
حمدان ، فتحي خليل
الرياضيات المالية: مع تطبيقات في الحاسوب/ فتحي خليل حمدان.
- عمان: دار وائل للنشر والتوزيع ، 2010 .
(273) ص
ر.إ. : (2010/6/2177)
الواصفات: الرياضيات المالية / الاستثمار المالي / الحواسيب / الرياضيات
* تم إعداد بيانات الفهرسة والتصنيف الأولية من قبل دائرة المكتبة الوطنية

****

رقم التصنيف العشري / ديوي : 332.6
ISBN 978-9957-11-908-9 (ردمك)

* الرياضيات المالية : مع تطبيقات في الحاسوب
* فتحي خليل حمدان
* الطبعــة الأولى 2010



دار وائــل للنشر والتوزيع
* الأردن - عمان - شارع الجمعية العلمية الملكية - مبنى الجامعة الاردنية الاستثماري رقم (2) الطابق الثاني
هـاتف : 00962-6-5338410 - فاكس : 00962-6-5331661 - ص. ب (1615 - الجبيهة)
* الأردن - عمـان - وسـط البـلد - مجمـع الفحيص التجــاري- هــاتف: 00962-6-4627627
www.darwael.com
E-Mail: Wael@Darwael.Com

قال تعالى :

[الـذين يـأكلون الربـا لا يقومـون إلا كـما يقـوم الذي يتخبطه الشيطان من المس ذلـك بـأنهم قـالوا إنمـا البيع مثل الربا وأحل الله البيع وحرم الربا]

(البقرة 275)

المحتويات

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة

بسم الله الرحمن الرحيم

تمهيد :

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف المرسـلين رسـوله الأمـين سـيدنا محمد عليه الصلاة والسلام وعـلى آلـه وصـحبه وتـابعيهم إلى يـوم الـدين. اللهـم إشرح لي صدري ويسر لي أمري وأحلل عقده من لساني يفقه قولي.

فإن الرياضيات المالية هـي تطبيـق أسـاليب رياضـية لايجـاد حلـول للمشـاكل في التمويل. وهـي تعتمـد عـلى أدوات في الرياضـيات التطبيقيـة وعلـم الحاسـوب والاحصـاء والنظرية الاقتصادية لبنوك الاستثمار والبنوك التجارية.

إن جزءاً كبيراً من أي علم هو القدرة على خلق الفرضيات القابلة للقياس، تسـتند إلى فهم أساسي لمكونات الدراسة واثبات صحة أو عدم صحة الفرضية. والرياضـيات تمتلـك الأدوات.

الفائدة هي قيمة الايجار من المال عندما تودع في المصرف أو هي الرسم المـدفوع عن الأصول المقترضة، والفائدة وعادة ما تدفع للمقرض كنسبة مئوية من المبلـغ المسـتحق على فترة زمنية. وتقسم الفائـدة إلى قسـمين: 1- فائـدة بسـيطة والتـي تكـون عـادة عـلى العمليات قصيرة الأجل، 2- فائدة مركبة والتي تكون عادة على العمليات طويلة الأجل.

والفائدة هي الاسم الآخر للربا حيث يعرف الربا على أنه كل زيادة مشروطة على رأس المال مقابل الأجل وحده وحكم الربا شرعاً أنه حرام ودليل تحريمه من القرآن الكريم. قال تعالى: **(الذين يأكلون الربا لا يقومون إلا كما يقوم الذي يتخبطه الشيطان مـن المـس ذلك بأنهم قالوا إنما البيع مثل الربا وأحل الله البيع وحرم الربا فمـن جـاءه موعظـة مـن ربه فإنتهى فله ما سلف وأمره إلى الله ومن عاد فأولئك أصحاب النار هم فيها خالـدون)** (البقرة 275)

قال تعالى : (**يمحق الله الربا ويربي الصدقات والله لا يحب كل كفار أثيم**) (البقرة 276)
قال تعالى : (**يا أيها الذين أمنوا اتقوا الله وذروا ما بقي من الربا إن كنتم مؤمنين**) (البقـرة 278)

قال تعالى : (**يا أيها الذين آمنوا لا تأكلوا الربا اضعافاً مضاعفة واتقوا الله لعلكم تفلحـون**) (آل عمران 130)

قال تعالى: (**وما أتيتم من ربا ليربو في أموال الناس فلا يربو عند الله وما أتيـتم مـن زكـاة تريدون وجه الله فأولئك هم المضعفون**) (الروم 39)

أما دليل التحريم من السنة النبوية عن جابر بن عبد الله رضي الله عـنهما أنـه قـال: (لعـن رسول الله صلى الله عليه وسلم آكل الربا وموكله وكاتبه وشاهديه، وقـال هـم سـواء) رواه مسلم

عن أبي هريرة رضى الله عنه عن النبي صلى الله عليه وسلم قال: (إجتنبـو السـبع الموبقـات "قالوا: يا رسول الله ما هن؟ قال: الشرك بـالله، والسـحر، وقتـل الـنفس التـي حرمهـا الله إلا بالحق، وأكل الربا، وأكل مال اليتـيم، والتـولي يـوم الزحـف، وقـذف المحصـنات المؤمنـات الغافلات").

من هنا نرى أن الربا محرم شرعاً وبالنص مـن الكتـاب والسـنة وهـذا دليـل عـلى تحريمه القطعي غير القابل لأي شك.

والربا أنواع منها:

1- ربـا الفضـل: ويكـون بالتفاضـل مـن نفـس الجـنس الـدينار بالـدينار والقمـح بالقمح...الخ.
2- ربا النسيئة: وهو الزيادة في الدين نظير الاجل وسمي أيضاً بربا القرآن لانـه حـرم بالقرآن وسمي أيضا ربا الجاهلية لأن أهل الجاهلية كانوا لا يتعاملون إلا به، وهو أكثر أنواع الربا انتشاراً في زمننا الحاضر.

والربا محرم في جميع الأديان السماوية الاسلام والمسيحية واليهودية وعدا عـن أن الربا محرم فإن له مضار كثيرة منها:

1- الخلل في توزيع دخول الأفراد.
2- المحرك الرئيسي لارتفاع الأسعار (التضخم).
3- الاضرار بالفقراء والمحتاجين لمضاعفة الديون عليهم.
4- تعطيل المكاسب والأعمال التي تنظم حياة الناس.
5- تكديس المال في يد طبقة معينة من أصحاب رؤوس المال.

ونظراً لهذا التحريم في القرآن والسنة فقد ظهرت في الآونة الأخيرة نوع من البنوك تسمى بنوك اسلامية تتعامل بالمرابحة الإسلامية بدلاً من الفائدة.

كما ذكرنا سابقاً فإن الفائدة تقسم إلى قسمين: القسم الأول الفائدة البسيطة والثاني الفائدة المركبة، وفي كتابنا هذا قسمنا الكتاب إلى ثلاثة أبواب، الباب الأول ويتعلق بالفائدة البسيطة وقسم إلى أربع فصول، الفصل الأول يعرض القانون الأساسي للفائدة البسيطة وكل ما يتعلق به من حساب للفائدة والزمن ومعدل الفائدة وحساب الأيام والفائدة التجارية والصحيحة وعلاقتهما ببعضهما البعض، أما الفصل الثاني فيعرض فيه الدفعات المتساوية المنتظمة بما فيها الدفعات العادية والفورية والفصل الثالث نناقش فيه القيمة الحالية حيث نعرض فيها الخصم بنوعيه التجاري والصحيح لمبلغ ولعدة مبالغ والقيمة الحالية للدفعات المتساوية المنتظمة، والفصل الرابع والأخير في باب الفائدة البسيطة فهو يستعرض تسوية الديون واستبدالها حيث نستعرض فيه تسديد القروض قصيرة الأجل بفائدة بسيطة بحالاته الثلاث واستبدال الديون بحالاته الثلاثة وهذه تكون آخر ما يذكر في الفائدة البسيطة، والباب الثاني الذي يتعرض للفائدة المركبة وهو أيضاً مقسم إلى ستة فصول من الفصل الخامس ولغاية الفصل العاشر فالفصل الخامس يتعرض للقانون الأساسي للفائدة المركبة وكل ما يتعلق بها من حساب للزمن ومعدل الفائدة والمبلغ الأساسي والفصل السادس يعرض الدفعات المتساوية المنتظمة بما فيها الدفعات العادية والفورية وتأجيل الدفعات، أما الفصل السابع فهو القيمة الحالية وفيه القيمة الحالية لجملة المبلغ والقيمة الحالية للدفعات العادية والفورية، والفصل الثامن يعرض تسوية الديون واستبدالها ونستعرض فيها استبدال الديون بحالاتها الثلاثة وهي استبدال الديون بدين أو أكثر قبل تواريخ استحقاق الديون أو

بعد تواريخ استحقاق الديون أو بين تواريخ استحقاق الديون وأيضاً سداد القروض بحالاته الخمسة وهي سداد القرض وفوائده معاً في نهاية المدة أو سداد القرض في نهاية المدة والفوائد على دفعات متساوية أو سداد القرض والفوائد معاً على دفعات متساوية أو سداد القرض على دفعات متساوية والفوائد دورية على الرصيد المتبقي والطريقة الأخيرة هي طريقة الاحتياطي المستثمر، والفصل التاسع فنعرض فيه السندات بأنواعها وحكم الشرع فيها والقيمة السوقية للسند بحالات الشراء الثلاثة وهي قبل صرف الفوائد أو بعدها مباشرة أو بين تواريخ صرف الفوائد وأيضا استهلاك القروض السندية بحالاته الثلاثة. أما الفصل العاشر والأخير في هذا الباب فإنه يستعرض لاستهلاك الأصول الثابتة حيث يعرض فيه تعريف الأصل والاستهلاك وطرق الاستهلاك الثلاثة وهي طريقة القسط الثابت والقسط المتناقص والقسط المستثمر. والباب الثالث والأخير في هذا الكتاب فإنه يعرض جانب من تطبيقات الحاسوب في المالية والمصرفية وهو يحتوي على فصل واحد فقط وهو الفصل الحادي عشر والذي يعرض فيه تطبيقات الحاسوب على الفائدة البسيطة والمركبة والاقترانات المكتبية للمالية والمخزنة في جهاز الحاسوب وهذه التطبيقات كلها تكون على إكسل من مايكروسوفت أوفس.

إن كتاب الرياضيات المالية هذا الوحيد في كتب الرياضيات المالية الذي يتعرض إلى تطبيقات الحاسوب في المالية بالإضافة إلى أنني حاولت أن تكون القوانين والمصطلحات فيه باللغة الإنجليزية وذلك ليستطيع الطالب التعامل مع الكتب الأجنبية في هذا المجال.

وأخيراً فإن الرياضيات المالية من المواضيع الرياضية في المالية والمصرفية المهمة والتي بنى عليها كثير من المواضيع المالية ولذلك لابد من معرفة هذه المادة بالنسبة لطالب المالية والمصرفية والمتعامل بها.

والله الموفق

فتحي حمدان

2010



الباب الأول

الـفـائـدة الـبـسيطة
Simple Interest

الفصل الأول

الفائدة البسيطة

Simple Interest

الفصل الأول

الفائدة البسيطة

Simple interest

القانون الأساسي للفائدة البسيطة :

يتم احتساب الفائدة البسيطة فقط على المبلغ الأصلي أو جزء من المبلغ.

ومقدار الفائدة البسيطة I يحسب وفقاً للمعادلة:

$$I = \beta_o \, (rt)$$

حيث:

نسبة الفائدة = r

المبلغ الأصلي = β_o

الفترة الزمنية بالسنوات = t

أما جملة المبلغ β_n فهي:

$$\beta_n = \beta_o + I$$

$$= \beta_o \, (1 + rt)$$

مثال:

إحسب الفائدة المتحققة من استثمار مبلغ (3500) دينار لمدة خمس سنوات بمعدل فائدة بسيطة 8%.

الحل:

$$I = \beta_o \, (rt)$$

$$= (3500) \left(\frac{8}{100} * 5\right)$$

$$= 1400$$

مثال:

ما هي جملة مبلغ (1500) دينار مستثمر لمدة 7 سـنوات بمعـدل فائـدة بسـيطة 6% سنوياً.

الحل:

$$\beta_n = \beta_o (1 + rt)$$

$$= (1500) \left(1+\frac{6}{100}*7\right)$$

$$= 2130$$

مثال:

أودع شخص مبلغ من المال في بنك بمعدل فائدة بسيطة 7.5% وبعد ستة سنوات كان جملة المبلغ الموجود في البنك 5800 دينار. فما هو المبلغ الذي كان أودعه في البنك.

الحل:

$r = 7.5\%$, $t = 6$, $\beta_n = 5800$, $\beta_o = ??$

$$\beta_n = \beta_o (1 + rt)$$

$$5800 = \beta_o \left(1+\frac{75}{100}*6\right)$$

$$= \beta_o \ (1.45)$$

$$\therefore \beta_o = \frac{5800}{1.45} = 4000$$

مثال:

اقترض شخص مبلغ 2000 دينار بمعدل فائدة بسيطة 9% وبعد مدة زمنية معينة أصبح المبلغ (2540) دينار فأوجد المدة الزمنية:

الحل:

$\beta_o = 2000 \quad , \quad \beta_n = 2540 \quad , \quad r = 9\% \quad , \quad t = ??$

$$\beta_n = \beta_o\,(1 + rt)$$

$$2540 = (2000)\,(1 + 0.09\,t)$$

$$1 + 0.09\,t = \frac{2540}{2000} = 1.27$$

$$0.09\,t = 1.27 - 1 = 0.27$$

$$\therefore\ t = \frac{0.27}{0.09} = 3 \text{ years}$$

مثال:

أودع شـخص مبلـغ (50000) دينـار في بنـك لمـدة (8 سـنوات) فأصـبح المبلـغ (68000) فأحسب معدل الفائدة البسيطة:

الحل:

$\beta_o = 50000 \quad , \quad \beta_n = 68000 \quad , \quad t = 8 \quad , \quad r = ??$

$$\beta_n = \beta_o\,(1 + r\,t)$$

$$68000 = (50000)\,(1 + r\,8)$$

$$1 + 8\,r = \frac{8000}{50000} = 1.36$$

$$8\,r = 1.36 - 1 = 0.36$$

$$\therefore\ r = \frac{0.36}{8} = 0.045 = 4.5\ \%$$

إذا كانت المدة الزمنية بالأشهر فإن جملة المبلغ تصبح:

$$\beta_n = \beta_o \left(1 + r\frac{m}{12}\right)$$

حيث m: عدد الأشهر المستثمرة.

مثال:

أودع شخص مبلغ (10000) دينار في بنك لمدة 9 شهور بمعدل فائدة بسيطة 8% سنوياً احسب جملة المبلغ في نهاية المدة.

الحل:

$$\beta_n = \beta_o \left(1 + r\frac{m}{12}\right)$$

$$= (10000)\left(1 + \frac{8}{100} * \frac{9}{12}\right)$$
$$= 10600$$

مثال:

اقترض تاجر مبلغ (25000) دينار لمدة سنة وثلاثة شهور وسدد المبلغ في نهاية المدة (28125) دينار احسب معدل الفائدة البسيطة؟

الحل:

$$\beta_n = \beta_o \left(1 + r\frac{m}{12}\right)$$

$$28125 = (25000)\left(1 + r\left(\frac{15}{12}\right)\right)$$

$$1 + 1.25\ r = \frac{28125}{25000} = 1.125$$

$$1.25\ r = 1.125 - 1 = 0.125$$

$$r = \frac{0.125}{1.25} = 0.1 = 10\%$$

مثال:

أودع رجل مبلـغ (7500) دينـار في بنـك لمـدة معينـة بمعـدل فائـدة 4% فأصـبح المبلغ، فما هي المدة الزمنية بالأشهر والسنوات.

الحل:

بالأشهر

$$\beta_n = \beta_o \left(1 + t\frac{m}{12}\right)$$

$$8475 = (7500)\left(1 + 0.04\left(\frac{m}{12}\right)\right)$$

$$1 + 0.04\left(\frac{m}{12}\right) = \frac{8475}{7500} = 1.13$$

$$(0.04)\left(\frac{m}{12}\right) = 1.13 - 1 = 0.13$$

$$\frac{m}{12} = \frac{0.13}{0.04} = 3.25$$

$$\therefore\ m = 3.25 * 12 = 39$$

فتكون المدة بالأشهر هي 39 شهراً .
أما بالسنوات فتكون المدة

$$\frac{39}{12} = 3.25$$

3.25 سنة أي ثلاثة سنوات وثلاثة شهور.

*** الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة:**

عندما تكون المدة الزمنية بالأيام فإن قسمة عدد الأيام تكون إما على (360) وهذه تسمى الفائدة التجارية أو على (365) وهذه تسمى الفائدة الصحيحة، وبالتالي يكون قانون جملة المبلغ هو:

الفائدة التجارية

$$\beta_n = \beta_o\left(1 + r\left(\frac{D}{360}\right)\right)$$

الفائدة الصحيحة

$$\beta_n = \beta_o\left(1 + r\left(\frac{D}{365}\right)\right)$$

علماً بأن البنوك تتعامل بالفائدة التجارية عند الإقراض وذلك لأنها تعطي فائدة أكبر منها عند الصحيحة:

مثال:

إحسب جملة مبلغ (900) دينار مستثمر لمدة (240) يوم بمعدل فائدة 5% إذا كانت :

أ- الفائدة تجارية.
ب- الفائدة صحيحة.

الحل:

$\beta_o = 900 \quad , \quad r = 0.05 \quad , \quad D = 240$

أ- إذا كانت الفائدة تجارية فإن:

$$\beta_n = \beta_o \left(1 + r\left(\frac{D}{360}\right)\right)$$

$$= (900) \left(1 + (0.05)\left(\frac{240}{360}\right)\right)$$

$$= 900 * 1.0333$$

$$= 930$$

ب- إذا كانت الفائدة صحيحة فإن:

$$\beta_n = \beta_o \left(1 + r\left(\frac{D}{360}\right)\right)$$

$$= (900) \left(1 + (0.05)\left(\frac{240}{360}\right)\right)$$

$$= 900 * 1.0328$$

$$= 929.52$$

مثال:

إذا كانـت جملـة مبلـغ (6000) دينـار مسـتثمر بمعـدل فائـدة تجاريـة 85% هـو: (6255) دينار فإن مدة الاستثمار بالأيام هي:

الحل: بما أن الفائدة تجارية فإن:

$$\beta_n = \beta_o \left(1 + r\left(\frac{D}{360}\right)\right)$$

$$6255 = (6000)\left(1 + (0.085)\left(\frac{D}{360}\right)\right)$$

$$1 + 0.085\left(\frac{D}{360}\right) = \frac{6255}{6000} = 1.0425$$

$$(0.085)\left(\frac{D}{360}\right) = 0.0425$$

$$\frac{D}{360} = \frac{0.0425}{0.085} = 0.5$$

$$\therefore\ D = (0.5)\ (360)$$

$$= 180$$

العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة:

الفائدة التجارية

$$I_t = \beta_o * r * \frac{D}{360}$$

الفائدة الصحيحة

$$I_c = \beta_o * r * \frac{D}{360}$$

بالقسمة

$$\frac{I_t}{I_c} = \frac{365}{360} = \frac{73}{72}$$

فتكون العلاقة هي:

$$I_t = \frac{73}{72}\ I_c$$

أو

$$I_c = \frac{72}{73} \ I_t$$

ويكون الفرق بين الفائدتين هو:

$$I_t - I_c = \frac{1}{73} \ I_t$$

مثال:

إذا كانت الفائدة التجارية لمبلغ معين 75 دينار فجد الفائدة الصحيحة:

الحل:

$$I_t = 72 \qquad , \qquad I_c = ??$$

$$I_c = \frac{72}{73} \ I_t = \left(\frac{72}{75}\right) (75) = 73.97$$

مثال:

إذا كانت الفائدة الصحيحة لمبلغ ما (120) دينار فما قيمة الفائدة التجارية:

الحل:

$$I_c = 120 \qquad , \qquad I_t = ??$$

$$I_t = \frac{73}{72} \quad I_c = \frac{73}{72} * 120$$

$$\therefore \ I_t = 121.67$$

مثال:

إذا كان مجموع الفائدتين التجارية والصحيحة (130) دينار فجد كل من الفائـدة التجارية والصحيحة؟

الحل:

$$I_t + I_c = 130$$

$$I_t + \frac{72}{73} I_t = 130$$

$$I_t \left(\frac{145}{73}\right) = 130$$

$$\therefore I_t = 130 \left(\frac{73}{145}\right)$$

$$I_t = 65.45$$

أما الفائدة الصحيحة فهي:

$$I_c = \frac{72}{73} * I_t$$

$$= \frac{72}{73} * 65.45$$

$$\therefore I_c = 64.55$$

حساب الأيام:

إذا أعطيت تواريخ محددة للبداية والنهاية فإنه يتم حساب عدد الأيام بين التاريخين بطريقتين.

الأولى: وهي عن طريق حساب أيام الأشهر ويتم الحساب من نفس اليوم إذا كان اقتراض ومن اليوم الثاني إذا كان إيداع وذلك لأن البنوك تحسب الإيداع من اليوم التالي وليس نفس اليوم بعكس الاقتراض الذي يحسب من نفس اليوم وتكون عدد أيام الأشهر كما في الجدول التالي:

رقم الشهر	اسم الشهر	عدد أيامه
1	كانون ثاني	31
2	شباط	28
3	آذار	31
4	نيسان	30
5	أيار	31
6	حزيران	30
7	تموز	31
8	آب	31
9	أيلول	30
10	تشرين أول	31
11	تشرين ثاني	30
12	كانون أول	31

يحسب شهر شباط (2) في السنة الكبيسة (29) يوم والسنة الكبيسة (heap year) التي يكون آحادها وعشراتها من مضاعفات الأربعة أما بداية القرن فهي التي تقسم على أربعمائة.

الثانية:

عن طريق جدول الأيام المرفق في نهاية الكتاب حيث نجد عدد الأيام المقابل للتاريخ الأول وعدد الأيام المقابل للتاريخ الثاني ثم نطرح التاريخين من بعضهما. نضيف واحد للناتج إذا كانت السنة كبيسة.

مثال:

احسب عدد الأيام المحصورة بين التاريخين 2003/3/12 إلى 2003/9/15 بطريقتين.

الحل:

الطريقة الأولى: عن طريق حساب الأشهر

الشهر	عدد الأيام
3	19
4	30
5	31
6	30
7	31
8	31
9	15
المجموع	187 يوم

الطريقة الثانية: عن طريق جدول الأيام

أولاً	التاريخ 3/12	يقابل عدد أيام	71
ثانياً	التاريخ 9/15	يقابل عدد أيام	258

عدد الأيام = 258 – 71 = 187 يوم

مثال:

احسب عدد الأيام من تاريخ 2008/1/20 لغاية 2008/7/5 بطريقتين:

الحل:

أولاً: طريقة الأشهر

الشهر	عدد الأيام
1	11
2	29 سنة كبيسة
3	31
4	30
5	31
6	30
7	5
المجموع	167 يوم

ثانياً: عن طريق جدول الأيام

/1/20   20

/7/5   186

عدد الأيام = 186 – 20 +1 = 167 يوم

أضفنا يوم هنا لأن سنة 2008 سنة كبيسة

مثال:

قام تاجر بتاريخ 2008/3/15 باقتراض مبلغ (3000) دينار من البنك بمعدل فائدة بسيطة 6.5% سنوياً وبتاريخ 2008/8/25 ذهب إلى البنك لسداد ما عليه من القرض فكم يتوجب عليه السداد.

الحل:

نحسب أولاً عدد الأيام من جدول الأيام

عدد الأيام = (8/25) – (3/15)

= 237 – 74 = 163 يوم

هنا لا نزيد يوم على عدد الأيام وذلك لأن شهر شباط ليس ضمن هذه التواريخ.

$\beta_o = 3000, \quad r = 6.5\% \quad , \quad D = 163$

$$\therefore \beta_n = \beta_o \left(1 + r\left(\frac{D}{360}\right)\right)$$

نقسم عدد الأيام على (360) لأن الاقتراض من البنك هنا وبالتالي تفترض أن الفائدة تجارية وليست صحيحة.

$$\therefore \beta_n = (3000)\left(1 + \left(\frac{6.5}{100}\right)\left(\frac{163}{360}\right)\right)$$

$$= 3088.29$$

مثال:

أودع شخص مبلغ (2000) دينار بتاريخ ما من سنة 2004 بمعدل فائدة بسيطة صحيحة 7% سنوياً وبتاريخ 2004/9/10 سحب المبلغ فكان 2090.52 دينار فما هو تاريخ الإيداع.

الحل:

نجد في البداية عدد الأيام من قانون جملة المبلغ.

$$\beta_n = \beta_o \left(1+(r)\left(\frac{D}{360}\right)\right)$$

$$2090.52 = (2000) \left(1+\left(\frac{7}{100}\right)\right)\left(\frac{D}{365}\right)$$

$$1 + (0.07) \left(\frac{D}{365}\right) = \frac{2090.52}{2000} = 1.04526$$

$$0.07 \left(\frac{D}{365}\right) = 1.04526 - 1 = 0.04526$$

$$\left(\frac{D}{365}\right) = \frac{0.04526}{0.07} = 0.64657$$

$$D = 0.64657 * 365 = 235.998 = 236$$

ولأن السنة الكبيسة تطرح من عدد الأيام واحد = 236 – 1 = 235

نجد عدد الأيام المقابل للتاريخ 9/10 فيكون 253

عدد الأيام المقابل للتاريخ المحدد هو 253 – 255 = 18

وهذا يقابل التاريخ 2008/1/18 ولأن المسألة إيداع فإن لحساب يكون في اليوم الذي يلي يوم الإيداع وبالتالي يكون يوم الإيداع هو 2008/1/17.

في بعض الأحيان تعطى الفائدة لجزء من السنة كأن تعطى نصف سنوياً أو ربع سـنوية أو شهرية.

مثال:

أودع شخص مبلغ (400) دينار لمدة (5) سنوات بمعدل فائدة بسيطة ربع سـنوية (2.25%). فما هو جملة المبلغ في نهاية المدة.

الحل:

نحول معدل الفائدة في البداية إلى السنوية = 2.25% * 4 = 9%

نضرب بأربعة لأنها ربع سنوية أي أربع فترات في السنة.

$$\therefore\ \beta_n = \beta_o\ (1+ rt)$$

$$= (400)\ \left(1+\frac{9}{100}*5\right)$$

$$= 400 * 1.45 = 580$$

مثال:

اقترض شخص من بنك مبلغ (1600) دينار لمدة 7 شهور فما هي جملة المبلـغ إذا كان البنك يحسب الفائدة بمعدل 2% كل شهرين (فائدة بسيطة).

الحل:

نحول معدل الفائدة إلى سنوي بضربه في 6 عدد الفترات الزمنية.

%12 = 6 * %2

$$\therefore\ \beta_n = (1600)\ \left(1+(0.12)\left(\frac{7}{12}\right)\right)$$

$$= 1712$$

مثال:

أودع شـــخص مبلـــغ (5000) دينـــار في بنـــك بتـــاريخ 2009/2/22 وبتـــاريخ 2009/10/12 سحب مبلغ (5238.35) فكـم معـدل الفائـدة الصحيحة الـذي يعطـى كـل أربعة شهور.

الحل:

نحسب معدل الفائدة السنوي أولاً ثم نقسمه على (3)

عدد الأيام = 285 – 53 = 232 يوم

$$\beta_n = \beta_o \left(1+(r)\left(\frac{D}{365}\right)\right)$$

$$5238.35 = (5000) \left(1+r\left(\frac{232}{365}\right)\right)$$

$$1 + r = \left(\frac{232}{365}\right) = \frac{5238.35}{5000}\ 0.04767$$

$$r = 0.04767 * \frac{365}{232} = 0.074998$$

معدل الفائدة السنوي $r = 0.075 = 7.5\ \%$

معدل الفائدة كل أربع شهور = $\frac{7.5\%}{3}$ = 2.5%

جملة عدة مبالغ:

تكون جملة عدة مبالغ = جملة المبلغ الأول + جملة المبلغ الثاني + ...

أي

$$\beta_n = \beta_{n1} + \beta_{n2} + \beta_{n3} + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

أما الفائدة فتكون

$$I_n = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots\ldots\ldots$$

حيث I_n تمثل جملة الفائدة لجميع المبالغ

مثال:

اقترض شخص المبالغ التالية بمعدل فائدة بسيطة 6% سنوياً:

1500 دينار في بداية عام 2004

2000 دينار في بداية عام 2005.

4500 دينار في بداية عام 2007.

جد جملة هذه المبالغ في نهاية عام 2009.

الحل:

نجد جملة كل مبلغ على حدة

$$\beta_{n1} = \beta_{o1}\ (1 + rt_1)$$

$$= (1500)\left(1+\frac{6}{100}*6\right)$$

$$= 2040$$

$$\beta_{n2} = \beta_{o2}\ (1 + rt_2)$$

$$= (2000)\ (1 + 0.06 * 5)$$

$$= 2600$$

$$\beta_{n3} = \beta_{o3}\ (1 + rt_3)$$

$$= (4500)\ (1 + 0.06 * 3)$$

$$= 5310$$

$$\therefore \beta_n = \beta_{n1} + \beta_{n2} + \beta_{n3}$$

$$= 2040 + 2600 + 5310 = 9950$$

مثال:

أودع شخص المبالغ التالية والمدة إزاء كل منها:

15000	دينار	لمدة تسعة شهور
18000	دينار	لمدة سنة وشهر
22000	دينار	لمدة سبعة شهور
35000	دينار	لمدة عشرة شهور

فإذا كان البنك يحسب معدل فائدة 4.5% على هذه المبالغ فما هي جملة الفوائد على هذه المبالغ.

الحل:

$$I_n = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

$$I_1 = \beta_{o1} * r * \frac{m_1}{12}$$

$$= 15000 * \frac{4.5}{100} * \frac{9}{12} = 506.25$$

$$I_2 = \beta_{o2} * r * \frac{m_2}{12}$$

$$= 18000 * \frac{4.5}{100} * \frac{13}{12} = 877.5$$

$$I_3 = \beta_{o3} * r * \frac{m_3}{12}$$

$$= 22000 * \frac{4.5}{100} * \frac{7}{12} = 577.512$$

$$I_4 = \beta_{o4} * r * \frac{m_4}{12}$$

$$= 35000 * \frac{4.5}{100} * \frac{10}{12} = 1312.5$$

$$I_n = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$
$$= 506.25 + 877.5 + 577.5 + 1312.5$$
$$= 3273.75$$

النمر والقواسم:

ويمكن حساب مجموع الفوائد بطريقة مختصرة حيث

$$I_n = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots\ldots\ldots..$$

$$= \beta_{o1} * r * t_1 + \beta_{o2} * r * t_2 + \beta_{o3} * r * t_3 + \ldots.$$

$$I_n = r\,(\beta_{o1} * t_1 + \beta_{o2} * t_2 + \beta_{o3} * t_3 + \ldots.$$

هذا قانون مجموع الفوائد إذا كان الزمن بالسنوات.

$$I_n = r\,(\beta_{o1} * \frac{m_1}{12} + \beta_{o2} * \frac{m_2}{12} + \beta_{o3} * \frac{m_3}{12} + \ldots.$$

$$I_n = \frac{r}{12}\,(\beta_{o1} * m_1 + \beta_{o2} * m_2 + \beta_{o3} * m_3 + \ldots.$$

وهذا القانون إذا كان الزمن بالأشهر حيث تسمى $\frac{r}{12}$ القاسم.

النمر $(\beta_{o1}m_1 + \beta_{o2}\,m_2 + \beta_{o3}m_3 + \ldots.)$

$$I_n = r\,(\beta_{o1} * \frac{D_1}{360} + \beta_{o2} * \frac{D_2}{360} + \beta_{o3} * \frac{D_3}{360} + \ldots.)$$

$$I_n = \frac{r}{360}\,(\beta_{o1} * D_1 + \beta_{o2} * D_2 + \beta_{o3} * D_3 + \ldots.)$$

قانون مجموع الفوائد إذا كان الزمن بالأيام والفائدة تجارية :

$$I_n = \frac{r}{365} (\beta_{o1} * D_1 + \beta_{o2} * D_2 + \beta_{o3} * D_3 + ...)$$

قانون مجموع الفوائد إذا كان الزمن بالأيام والفائدة صحيحة حيث:

$\frac{r}{360}$ أو $\frac{r}{365}$ يسمى القاسم

$(\beta_{o1}D_1 + \beta_{o2}D_2 + \ ....)$ تسمى النمر.

مثال:

استخدم طريقة النمر والقواسم في إيجاد مجموع الفوائد للمبالغ التالية بمعدل فائدة بسيطة سنوي 8.4%.

500	دينار	لمدة 8 شهور
800	دينار	لمدة 10 شهور
1000	دينار	لمدة سنه

الحل:

سيكون القاسم هو $\frac{r}{12} = \frac{0.084}{12} = 0.007$

أما النمر فهي

$$\beta_{o1} * m_1 + \beta_{o2} * m_2 + \beta_{o3} * m_3$$

$$= 500 * 8 + 800 * 10 + 1000 * 12$$

$$= 24000$$

$$\therefore I_n = \frac{r}{12} (\beta_{o1} * m_1 + \beta_{o2} * m_2 + \beta_{o3} * m_3)$$

$$= 0.007 * 24000 = 168$$

مثال:

بطريقة النمر والقواسم احسب مجموع الفوائد وجملة المبلغ للمبالغ التاليـة إذا كان معدل الفائدة البسيطة الصحيح 9%:

10000	دينار	لمدة 100 يوم
12000	دينار	لمدة 120 يوم
16000	دينار	لمدة 180 يوم

الحل:

$$I_n = \frac{r}{365} (\beta_{o1} * D_1 + \beta_{o2} * D_2 + \beta_{o3} * D_3)$$

$$= \frac{0.09}{365} (10000 * 100 + 12000 * 120 + 16000 * 180)$$

$$= 1311.78$$

أما جملة المبلغ = مجموع المبالغ + مجموع الفوائد

$$\beta_n = (\beta_{o1} + \beta_{o2} + \beta_{o3}) + I_n$$

$$= (10000 + 12000 + 16000) + 1311.76$$

$$= 39311.78$$

مثال:

اقترض شخص المبالغ التالية بالتواريخ المبينة إزاء كل منها:

800	دينار	بتاريخ	2007/7/7
1200	دينار	بتاريخ	2007/11/10
2000	دينار	بتاريخ	2008/1/31
4000	دينار	بتاريخ	2008/3/15

وبتاريخ 2008/12/31 قرر سـداد جميـع المبـالغ للبنـك فـما هـو المبلـغ الواجـب سداده إذا كانت معدل الفائدة الذي يحسبه البنك 12% سنوياً.

الحل:

يحسب أولاً عدد الأيام لكل مبلغ

المبلغ الأول = (365 – 188) + 366 = 543

المبلغ الثاني = (365 – 314) + 366 = 417

المبلغ الثالث = (365 – 31) + 1 = 335

المبلغ الرابع = 365 – 74 = 291

$$\therefore\ I_n = \frac{0.12}{360}\ (800 * 543 + 1200 * 417 + 2000 * 335 + 4000 * 291)$$

$$= 922.93$$

$$\beta_n = (\beta_{o1} + \beta_{o2} + \beta_{o3} + \beta_{o4}) + I_n$$

$$= 800 + 1200 + 2000 + 4000 + 422.93$$

$$= 8922.93$$

مثال:

أودع شخص المبالغ التالية في البنك.

4000 دينار لمدة عامين

6000 دينار لمدة ثمانية أشهر

10000 دينار لمدة 165 يوم

فإذا كان البنك يعطي فائدة بسيطة نصف سنوية معدلها 35%، فـما هـي جملـة الفوائد وجملة هذه المبالغ:

الحل:

نحول المدة الزمنية لكل مبلغ بالأيام لتصبح:

المبلغ الأول = 720 يوم

المبلغ الثاني = 8 * 30 = 240 يوم

المبلغ الثالث = 165 يوم

ومعدل الفائدة السنوي = 3.5 * 2 = 7%

$$I_n = \frac{r}{360} (\beta_{o1} * D_1 + \beta_{o2} * D_2 + \beta_{o3} * D_3)$$

$$= \frac{0.07}{360} (4000 * 720 + 6000 * 240 + 10000 * 115)$$

$$= 1160.83$$

أما جملة المبالغ فهي:

$$\beta_n = (\beta_{o1} + \beta_{o2} + \beta_{o3}) + I_n$$

$$= 4000 + 6000 + 10000 + 1160.83$$

$$= 21160.83$$

مثال:

افترض شخص المبالغ التالية:

5000	دينار	بتاريخ	2009/1/4
7000	دينار	بتاريخ	2009/4/15
×	دينار	بتاريخ	2009/6/20

فإذا كان البنك يحسب فائدة بسيطة معدلها 10% سنوياً وبلغ مجموع دينه بتاريخ 2009/8/30 هو (20754.72) دينار فما هي قيمة المبلغ (×).

الحل:

نجد في البداية عدد الأيام لكل مبلغ:

المبلغ الأول= 242 – 4 = 238

المبلغ الثاني= 242 – 105 = 137

المبلغ الثالث= 242 – 171 = 71

أما جملة الفوائد فهي:

$$I_n = \beta_n - (\beta_{o1} + \beta_{o2} + \beta_{o3})$$

$$= 20754.72 - (5000 + 7000 + x)$$

$$= 8754.72 - x$$

$$\therefore\ 8754.72 - x = \frac{0.10}{360}\ (5000 * 238 + 7000 * 137 + x * 71)$$

$$= 596.94 + 0.01972\ x$$

$$x + 0.01972\ x = 8754.72 - 596.94$$

$$1.01972\ x = 8157.78$$

$$\therefore\ x = \frac{8157.78}{1.01972} = 8000.01$$

$$\therefore\ x = 8000$$

تمارين

1) جد جملة مبلغ 4500 مستثمر لمدة 8 سنوات بمعدل فائدة بسيطة 3.5%.

2) ما هي قيمة الفائدة المتحققة من استثمار مبلغ (7250) دينـار لمـدة (5.5) سـنة بمعدل فائدة بسيطة 6%.

3) ما هي جملة مبلغ (12000) دينار مستثمر لمدة 8 شـهور بمعـدل فائـدة بسـيطة 7% سنوياً.

4) أودع شخص مبلغ (3000) دينار في بنك بتاريخ 2007/5/15 بمعدل فائدة بسيطة 8% سنوي ما هي جملة المبلغ بتاريخ 2008/3/16.

5) ما هي الفائدة المتحققة من استثمار مبلغ (600) دينـار لمـدة (30) شـهر بمعـدل فائدة شهرياً 0.75%.

6) اقترض شخص مبلغ من المال لمدة (4) سنوات بمعدل فائدة بسيطة 5% وسـدد في نهاية المدة (3000) دينار فما هو أصل المبلغ.

7) اقترض شخص مبلغ (1200) دينار بمعدل فائدة بسيطة 9% وبعد فترة من الـزمن سدد مبلغ (1240) فإن المدة الزمنية للقرض هي:

8) اقترض شخص بتاريخ 2006/1/12 مبلغ (7000) دينار وبتاريخ 2006/6/25 سـدد مبلغ (7200) دينار ما هو معدل الفائدة التجارية الذي حسبه البنك.

9) إذا كانت الفائدة التجارية من مبلغ ولمدة ما هي (35) دينار فما هي الفائدة الصحيحة لنفس المبلغ والمدة.

10) إذا كانت الفائدة الصحيحة لمبلغ معين ولمدة ما هي (32) دينار فما هي الفائدة التجارية لنفس المبلغ والمدة.

11) إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والصحيحة (1.5) فما هو مقدار الفائدتين.

12) إذا كان مجموع الفائدتين التجارية والصحيحة (125) فما هو مقدار كل منهما.

13) افترض تاجر البضائع التالية من البنك.

3500 دينار لمدة سنتين

5500 دينار لمدة 3 سنوات

6000 دينار لمدة 4 سنوات

احسب جملة هذه المبالغ إذا كان البنك يحسب معدل فائدة بسيطة 12% سنوياً.

14) أودع شخص في بنك المبالغ التالية:

1000 دينار لمدة 6 شهور

1500 دينار لمدة 10 شهور

2000 دينار لمدة 14 شهر

2500 دينار لمدة سنة ونصف

فما هي جملة هذه المبالغ إذا كان البنك يحسب فائدة بسيطة ربع سنوية مقدارها 1.5%.

15) اقترضت شركة من البنك المبالغ التالية وتواريخها:

20000	دينار	بتاريخ	2009/5/10
30000	دينار	بتاريخ	2009/8/12
50000	دينار	بتاريخ	2009/11/15

ما هو المبلغ الواجب سداده في 2010/3/20

إذا كان البنك يحسب معدل فائدة بسيط 14%.

16) المبالغ التالية لحسابه في البنك

10000	دينار	في بداية عام	2003
12000	دينار	في نهاية عام	2004
18000	دينار	في منتصف عام	2006
20000	دينار	في بداية عام	2007

وفي نهاية عام 2009 وجد أن رصيده في البنك هو (76445) دينار، فما هو معـدل الفائدة البسيط الذي حسبه البنك.

17) أودع محمد المبالغ التالية في البنك وبالتواريخ المحددة إزاء كل منها:

600	دينار	بتاريخ	2009/3/21
900	دينار	بتاريخ	--------
1500	دينار	بتاريخ	2009/7/22

فإذا كان البنك يحسب معدل فائدة 5% سنوياً وكان رصيد محمد في البنك بتاريخ 2009/10/30 هو (3056.75) دينار فنا هو تاريخ إيداع المبلغ الثاني.

18) أودع سـليمان مبلغـين في أحـد البنـوك الأولى بتـاريخ 2009/5/15 والثـاني بتـاريخ 2009/7/15 وكان الأول ضعف الثاني وكانت جملة هذه المبالغ في نهايـة عـام 2009 هي (6260.83) دينار فما هي قيمة هذه المبالغ إذا كـان معـدل الفائـدة البسـيطة التجارية الذي يمنحه البنك هو 7.5%%.

الفصل الثاني

الدفعات المتساوية المنتظمة

Annuities

الفصل الثاني
الدفعات المتساوية المنتظمة
Annuities

مقدمة:

هناك عدة أنواع من الدفعات: الدفعات غير المنتظمة المتساوية: وتكون لها نفس القيمة لكن على فترات زمنية غير متساوية، الدفعات المنتظمة غير المتساوية والتـي تكـون الفترات الزمنية متساوية ولكن قيمة الدفعة غير متساوية والـدفعات المتسـاوية المنتظمـة التي يكـون فيهـا المبلـغ ثابـت والفـترات الزمنيـة ثابتـة. وموضـوعنا في هـذا الفصـل هـي الدفعات الدورية المتساوية المنتظمة وهذه تقسم إلى قسمين:-

أولاً: الدفعات العادية: Regular payment

والتي يتم دفعها في نهاية الفترة الزمنية.

ولتوضيح فكرة الحل للدفعات العادية لنأخذ المثال التالي يدفع شخص مبلغ 100 دينـار في نهاية كل شهر لمدة سنة بمعدل فائدة 5% سنوياً. فما هو جملة المبلـغ المتجمـع في نهايـة السنة لحساب جملة المبلغ في نهاية المدة نأخذ كل دفعة على حده بحيث يكون عدد الدفعات 12 دفعة.

الدفعة الأولى: مقدار الدفعة $P = 100$

معدل الفائدة $R = 0.05$

الفترة الزمنية للاستثمار هي 11 شهر فتكون جملة الدفعة

$$PR_1 = 100 + 100 * \frac{5}{100} * \frac{11}{12}$$

بنفس الطريقة

$$PR_2 = 100 + 100 * \frac{5}{100} * \frac{10}{12}$$

$$PR_3 = 100 + 100 * \frac{5}{100} * \frac{9}{12}$$

:

:

$$PR_{12} = 100 + 100 * \frac{5}{100} * \frac{0}{12}$$

وتكون جملة الدفعات كلها:

$$PR = PR_1 + PR_2 + \ldots + PR_{12}$$

$$= 100+100 * \frac{5}{100} * \frac{11}{12} + 100 +100 * \frac{5}{100} * \frac{10}{12} + \ldots + 100 +100 * \frac{5}{100} * \frac{0}{12}$$

$$\therefore RP = (100 + 100 + \ldots + 100) + 100 * \frac{5}{100} * \frac{11}{12} + 100 * \frac{5}{100} * \frac{10}{12} \ldots$$

$$+ 100 * \frac{5}{100} * \frac{0}{12}$$

$$= (100 * 12) + 100 * \frac{5}{100} * \left(\frac{11}{12} + \frac{10}{12} + \frac{9}{12} .... + \frac{0}{12} \right)$$

$$= (100 * 12) + 100 * \frac{5}{100} * \frac{1}{12} (0 + 1 + 2 + ... + 11)$$

لأننا نجمع العدد 100 اثنا عشر مرة فإن الناتج يساوي $12 * 100$

المجموع $(0 + 1 + 2 + ... + r)$

يشكل متتالية حسابية مجموعها هو $\frac{r(r+1)}{2}$ فإن المجموع يصبح

$$\therefore \quad 0 + 1 + 2 + \ldots + 4 = \frac{11(12)}{2} = 12\left(\frac{11+0}{2}\right)$$

حيث (11) هو مدة استثمار الدفعة الأولى

(0) مدة استثمار الدفعة الأخيرة

12 عدد الدفعات.

$$\therefore \quad PR = 100 \ * \ 12 \ + \ 100 \ * \ \frac{5}{100} * \frac{12}{12}\left(\frac{11+0}{2}\right)$$

$$= 1200 + 27.5 = 1227.5$$

ومن هنا نستطيع استنتاج قانون جملة الدفعات العادية هو

$$PR = Pn + Pr * \frac{n}{12}\left(\frac{m_n + m_0}{2}\right)$$

حيث

جملة الدفعات العادية PR

مقدار الدفعة الواحدة = P

مقدار الفائدة = r

عدد الدفعات = n

مدة استثمار الدفعة الأولى = m_n

مدة استثمار الدفعة الأخيرة = m_o

مثال:-

يودع شخص (350) دينار في نهاية كل شهرين لمدة سنة ونصف بمعدل فائـدة 6% سـنوياً. احسب جملة هذه الدفعات.

الحل:-

$P = 350$

$r = 6\%$

$n = \frac{18}{2} = 9$

$m_n = 18 - 2 = 16$

$m_o = 0$

$$\therefore \; PR = Pn + pr \; \frac{n}{12}\left(\frac{m_n + m_o}{2}\right)$$

$$= 350 * 9 + 350 * \frac{6}{100} * \frac{9}{12}\left(\frac{16+0}{2}\right)$$

$$= 3150 + 126$$

$$= 3276$$

مثال:-

يوفر شخص في بنك مبلغ (800) دينار نهاية كل ستة شهور فإذا كان البنـك يعطيـه فائـدة 9% فكم يتجمع لديه بعد (15) سنة.

الحل:-

$P = 800$

$r = 9\%$

$n = 15 * 2 = 30$

$m_n = (15 * 12) - 6 = 180 - 6 = 174$

$m_o = 0$

$$PR = 800 * 30 + 800 * \frac{9}{100} * \frac{30}{12}\left(\frac{174+0}{2}\right)$$

$$= 2400 + 15660$$

$$= 39660$$

مثال:-

أراد شخص شراء سيارة بعد خمس سنوات بمبلغ (15000) دينار فقـرر أن يـودع في البنـك في نهاية كل ثلاثة شهور مبلغ من المال، فإذا كان البنك يعطيه معدل فائدة بسـيطة 8.5% فما هو مقدار الدفعة.

الحل:-

$$PR = P_n + Pr \frac{n}{12}\left(\frac{m_n + m_o}{2}\right)$$

$$15000 = P(20) + P\left(\frac{85}{100}\right)\left(\frac{20}{12}\right)\left(\frac{57+0}{2}\right)$$

$$= 20P + 4P$$

$$24P = 15000$$

$$\therefore P = \frac{15000}{24} = 625$$

∴ مقدار الدفعة الواحدة هو (625) دينار.

مثال:-

يودع شخص منتصف كل شهر مبلغ 150 دينار لمدة سنتين ونصف بمعـدل فائـدة بسـيطة 8% فما هي جملة المبلغ في نهاية المدة.

الحل:-

$P = 150$

$n = 30$

$r = 0.08$

$m_n = 29.5$

$m_o = 0.5$

$$PR = Pn + Pr\ \frac{n}{12}\left(\frac{m_n + m_o}{2}\right)$$

$$= (150)\ (30) + 150 * 0.08 * \frac{30}{12}\left(\frac{29.5 + 0.5}{2}\right)$$

$$= 4500 + 450$$

$$= 4950$$

مثال:-

يودع شخص مبلغ (200) دينار نهاية كل أسبوعين ولمدة سنة فإذا تجمع لديه في نهاية السنة مبلغ (5076) فما هو معدل الفائدة الذي حسبه البنك؟

الحل:-

$PR = 5076\ ,\ P = 200\ ,\ n = 12 * 2 = 24$

$m_n = 11.5\ ,\ m_o = 0\ ,\ r = ??$

$$5076 = (200)\ (24) + (200)\ (r)\ \frac{24}{24}\left(\frac{11.5 + 0}{2}\right)$$

$$= 4800 + 2300\ r$$

$$2300\ r = 5076 - 4800 = 276$$

$$\therefore r = \frac{276}{2300} = 0.12$$

∴ معدل الفائدة هو (12%) سنوياً.

مثال:-

يودع شخص مبلغ 650 دينار نهاية كل ثلاثة شهور لمدة سنتين بمعـدل فائـدة بسـيطة 8% أوجد جملة المبلغ المتجمع لديه بعد (5) سنوات من بداية الإيداع.

الحل:-

$P = 650 \ , \ n = 8 \ , \ m_n = 57 \ , \ m_o = 36 \ , \ r = 8\%$

تكون m_n هنا من أول دفعة لغاية نهاية 5 سنوات (أي 57 = 3 - 60 شهر) وتكون m_o من نهاية آخر دفعة وهي بعد سنتين ولغاية نهاية 5 سنوات أي ثلاثة سنوات (أو 36 شهر).

أما عدد الدفعات فإنه يكون 4 دفعات في السنة وبالتالي في سنتين يكون 4 * 2 = 8

$$PR = 650 \ * \ 8 \ + 650 \ * \ \frac{8}{100} * \frac{8}{2}\left(\frac{57+36}{12}\right)$$

$$= 5200 \ + \ 1612 \ = \ 6812.$$

مثال:-

أودع شخص مبلغ 400 دينار نهاية كل شهرين لمـدة سـنة ونصـف ثـم أودع 600 دينار نهاية كل شهرين لمدة سنة ونصـف أخـرى فـإذا كـان البنـك يعطـي فائـدة بسـيطة معدلها 9% سنوياً. احسب ما يتجمع لدى الشخص في نهاية الثلاثة سنوات.

الحل:-

نحسب كل مبلغ على مدة.

1- المبلغ الأول

$P = 400 \ , \ n = 9 \ , \ r = 9\% \ , \ m_n = 34 \ , \ m_o = 18$

$$\therefore \ PR_1 = 400 * 9 + 400 * \frac{9}{100} * \frac{9}{2}\left(\frac{34+18}{12}\right)$$

$$= 3600 + 702 = 4302$$

2- المبلغ الثاني:

P = 600 , n = 9 , r = 9% , mn = 16 , mo = 0

$$PR_2 = 600 * 9 + 600 * \frac{9}{100} * \frac{9}{2}\left(\frac{16+0}{12}\right)$$

5400 + 324 = 5724

المبلغ الكلي:-

$$P = PR_1 + PR_2$$

= 4302 + 5724

= 10026

الدفعات الفورية: Prompt Payment (PP)

الفرق بين الدفعات العادية والدفعات الفورية هـو مقـدار اسـتثمار الدفعـة الأولى = mn والدفعة الأخيرة mo، أما قانون جملة الدفعة فلا تغيير عليه حيث:

$$Pp = P_n + P_r \frac{n}{2}\left(\frac{m_n + m_o}{12}\right)$$

مثال:-

يودع شخص مبلغ (250) دينار في بداية كل شهرين ولمدة ثلاثة سنوات بمعدل فائـدة 4% كل ستة شهور فما هي جملة المبلغ في نهاية المدة.

الحل:-

$P = 250$, $n = 18$, $r = 4\% * 2 = 8\%$, $m_n = 36$, $m_o = 2$

$$Pp = 250 * 18 + 250 * 0.08 * \frac{18}{2} * \left(\frac{36+2}{12}\right)$$

= 4500 + 570 = 5070

مثال:-

يودع شخص مبلغ من المال في بداية كـل أربعـة شـهور ولمـدة (4) سـنوات بمعـدل فائـدة بسيطة 6.25% سنوياً فإذا كان جملة المبلغ في نهاية المـدة هـو (10900) دينـار فـما هـي قيمة الدفعة الواحدة.

الحل:-

$Pp = 10900\ ,\ p = ??\ ,\ n = 12\ ,\ r = 0.0625,\ m_n = 48\ ,\ m_o = 4$

$$Pp = P * n + P * r * \frac{n}{2}\left(\frac{m_n + m_o}{12}\right)$$

$$10900 = 12\ P + P * 0.0625 * \frac{12}{2}\left(\frac{48+4}{12}\right)$$

$$= 12\ P + 1.625\ P$$

$$10900 = 13.625P$$

$$\therefore\ P = \frac{10900}{13.625} = 800$$

مثال:-

يحول مغترب مبلغ (1500) دينار بداية كل شهرين ولمدة (5) سـنوات فـإذا كانـت جملـة المبلغ في نهاية المدة هو: (56625) دينار فما هو معدل الفائدة.

الحل:-

$P = 1500\ ,\ Pp = 56625\ ,\ n = 30\ ,\ mn = 60\ ,\ mo = 2\ ,\ r = ??$

$$Pp = P_n + P_r\ \frac{n}{2}\left(\frac{m_n + m_o}{12}\right)$$

$$56650 = 1500 * 30 + 1500 * r * \frac{30}{2}\left(\frac{60+2}{12}\right)$$

$$= 45000 + 116250\ r$$

$$116250\ r = 56625 - 45000 =$$

$$116250\ r = 11625$$

$$\therefore\ r = \frac{11625}{116250} = 0.1 = 10\%$$

مثال:-

اقترض شخص مبلغ (8000) دينار لمدة أربع سنوات بمعدل فائدة 12% سنوياً ولأجل تخفيف العبء عنه قرر إيداع مبلغ 500 دينار بداية كل ثلاثة شهور بمعدل فائدة 8.5% سنوياً، فما هو رصيد هذا الشخص في نهاية المدة.

الحل:-

نحسب في البداية جملة القرض حيث

$$\beta_n = \beta_o\ (1 + nr)$$

$$= (8000)\left(1 + 4 * \frac{12}{100}\right)$$

$$= \quad 11840$$

جملة الإيداعات

$$P = 300\ ,\ n = 16\ ,\ r = 8\%\ ,\ m_n = 48\ ,\ m_o = 3$$

$$Pp = 500 * 16 = 500 * 0.08 * \frac{16}{2}\left(\frac{48+3}{12}\right)$$

$$\therefore\ Pp = 8000 + 1360$$

$$= 9360$$

أما الرصيد في نهاية المدة فهو

$$\therefore\ 11840 - 9360 = 2480.$$

فإن رصيد هذا الشخص في نهاية المدين مدين بـ (2480) دينار.

مثال:-

يودع محمد في بداية عام 2007 مبلغ 600 دينار بداية كل شهر لمدة سـنة وفي بدايـة عـام 2009 بدأ يودع مبلغ 800 دينار نهاية كل شهر لمدة سنة أيضاً إحسب رصيد هذا الشخص في نهاية شهر (6) عام 2010 إذا كان البنك يعطي فائدة معدلها 7.5% سنوياً.

الحل:-

1- جملة مبلغ الإيداع الأول هو:

$P = 600 \ , \ n = 12 \ , \ r = 7.5\% \ , \ m_n = 42, \ m_o = 31$

وحيث أن الإيداع يكون في بداية كل شهر فإن الدفعات فورية

$$\therefore \ Pp = 600 * 12 + 600 * \frac{7.5}{100} * \frac{12}{2}\left(\frac{42+31}{12}\right)$$

$$= 7200 + 1642.5 = 8842.5$$

2- جملة مبلغ الإيداع الثاني:

$P = 800 \ , \ n = 12 \ , \ r = 7.5\% \ , \ m_n = 17, m_o = 6$

وحيث الإيداع في نهاية كل شهر فإن الدفعات عادية

$$RP = 800 * 12 + 800 * \frac{7.5}{100} * \frac{12}{2}\left(\frac{17+6}{12}\right)$$

$$= 9600 + 690 = 10290$$

∴ رصيد محمد في نهاية المدة هو:

$$8842.5 + 10290 = 19132.5$$

مثال :

لدى شخص ثلاثة أولاد أعمارهـم عـلى الترتيـب 12 ، 9 ، 6 سـنوات اراد أن يـودع بداية كل شهر 100 دينار لكل ولد حتى يصبح عمره 18 سنة ليساعده في دراسته

الجامعية وذلك في صندوق توفير البريد فإذا كان الصندوق يعطيه فائـدة بسـيطة معـدلها 7% سنوياً فكم يكون نصيب كل واحد منهم.

الحل:

نحسب لكل ولد من عمره ولغاية 18 سنة

الولد الاول :

$P = 100 , r = 0.07 , n = 18 - 12 = 6 * 12 = 72$

$m_n = 72 \ , m_o = 1$

$$\therefore Pp_1 = 100 * 72 + 100 * 0.07 * \frac{72}{2}\left[\frac{72+1}{12}\right]$$

$$= 7200 + 1533$$

$$= 8733$$

الولد الثاني :

$P = 100 , r = 0.07 , n = 18 - 9 = 9 * 12 = 108 , m_n = 108 , m_o = 1$

$$Pp_2 = 100 * 108 + 100 * 0.07 * \frac{108}{2}\left[\frac{108+1}{12}\right]$$

$$= 10800 + 3433.5$$

$$= 14233.5$$

الولد الثالث :

$P = 100 , r = 0.07 , n = 18 - 6 = 12 * 12 = 144 , m_n = 144 , m_o = 1$

$$Pp_3 = 100 * 144 + 100 * 0.07 * \frac{144}{2}\left[\frac{144+1}{12}\right]$$

$$= 14400 + 6090$$

$$= 20490$$

مثال :

اقترض تاجر مبلغ (80000) دينار من بنك بمعدل فائدة بسيطة 8% سنوياً ولمـدة 12 سنة، ومن أجل التخفيف من العبء قرر أن يودع في بنك آخر مبلغ (600) دينار بداية كل شهر بمعدل فائدة 7.5% سنوياً. وبعد أن دفع 3 سنوات توقف عن الـدفع لمـدة أربـع سنوات ثم بدأ بدفع نهاية كل شهر مبلغ (1000) دينار حتى نهاية المدة. فما هـو رصـيده في نهاية المدة.

الحل:

جملة القرض :

$\beta_o = 80000$, $r = 0.08$, $t = 12$

$$\therefore \beta_n = (80000)(1 + 0.08 * 12)$$
$$= 156800$$

جملة الايداع للمبلغ الأول :

$P = 600$, $r = 7.5\%$, $n = 36$, $m_n = 144$, $m_o = 109$

$$\therefore Pp = 600 * 36 + 600 * \frac{7.5}{100} * \frac{36}{2}\left(\frac{144+109}{12}\right)$$
$$= 21600 + 17077.5$$
$$= 38677.5$$

جملة ايداع المبلغ الثاني:

مدة الايداع الثانية بالسنوات هي $5 = (3 + 4) - 12$

$P = 1000$, $r = 7.5\%$, $n = 60$, $m_n = 59$, $m_o = 0$

$$\therefore PR = 1000 * 60 + 1000 * \frac{7.5}{100} * \frac{60}{2}\left(\frac{59+0}{12}\right)$$
$$= 60000 + 11062.5$$
$$\therefore PR = 71062.5$$

∴ مجموع الايداعات هو :

$$P = 38677.5 + 71062.5$$
$$= 109740$$

ويكون رصيد هذا التاجر في نهاية المدة مدين بمبلغ

156800 – 109740 = 47060 دينار

تمارين

1) إحسب جملة دفعة شهرية لمدة سنة مبلغها (150) دينار بمعدل فائدة بسيطة 5% سنوياً إذا كانت: أ- دفعة عادية
ب- دفعة فورية

2) يودع سامي مبلغ (3000) دينار نهاية كل ستة شهور لمدة ثلاثة سنوات بمعدل فائدة بسيطة 4.5% سنوياً، جد جملة المبلغ في نهاية المدة.

3) تودع إيناس مبلغ (1200) دينار كل بداية أربعة شهور لمدة ثلاثة سنوات بمعدل فائدة بسيطة 1.75% ربع سنوية جد جملة المبلغ في نهاية المدة.

4) إذا كانت جملة دفعات فورية تدفع كل ثلاثة أشهر ولمدة 9 شهور (405.6) دينار بمعدل فائدة بسيطة 8% سنوياً، جد قيمة الدفعة الواحدة.

5) إذا كانت جملة دفعات عادية نصف سنوية لمدة ثلاثة سنوات هي (5006.25) فما هو معدل الفائدة إذا كان مقدار الدفعة الواحدة (750) دينار.

6) اقترض أحمد مبلغ (5000) دينار لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة بسيطة 8.5% سنوياً ويودع في نهاية كل شهرين مبلغ (800) دينار لمدة ثلاثة سنوات ونصف بمعدل فائدة بسيطة (6%) سنوياً فما هو رصيد أحمد في نهاية المدة وهل هو مدين أم دائن.

7) يودع سالم مبلغ (200) ديناراً في بداية كل شهر ولمدة سنة ونصف ثم توقف عن الدفع لمدة سنة ونصف أخرى ثم بدأ يودع مبلغ (300) دينار لمدة سنتين، فما هو رصيد سالم في نهاية المدة كاملة.

8) يودع شخص مبلغ 150 دينار في أول ومنتصف كل شهر ولمدة سنة بمعدل فائدة بسيطة 5% سنوياً إحسب جملة المبلغ المستحق في نهاية السنة الثالثة من انتهاء الدفع.

9) يودع شخص في بداية كل شهر مبلغ 1800 دينار وسحب في نهاية الشهر مبلغ (800) دينار، فإذا كان البنك يحسب على السحب والإيداع معدل فائدة واحدة وهو 7%، إحسب رصيد الشخص في نهاية السنة.

10) أودع شخص مبلغ 100 دينار في بداية كل شهر لمدة سنة ثم بعد سنة بدأ يودع مبلغ (300) دينار بداية كل شهرين وبعد سنة بدأ يودع مبلغ (500) دينار نهاية كل ثلاثة شهور ولمدة سنتين فإذا كان معدل الفائدة البسيطة الذي يحسب البنك هو 8.6% سنوياً، فما هو رصيد هذا الشخص في نهاية المدة.

11) تزوج محمود في عام 1989 وقرر أن يودع مبلغ (100) دينار لكل مولود يولد له في نهاية كل ثلاثة أشهر من نهاية الشهر الذي يولد فيه وفي عام 2009 كان له ثلاثة أولاد تواريخ ميلادهم على الترتيب 1990/7/15، 1996/3/12، 2000/1/1، فإذا كان البنك يعطي فائدة بسيطة على المبلغ معدلها 6.25% فما هو رصيد أولاد محمود في نهاية عام 2009.

12) يودع صهيب مبلغ (200) دينار بداية كل شهر و (250) دينار في منتصف الشهر ويسحب (300) دينار في نهاية الشهر وذلك لمدة سنتين فإذا كـان البنـك يحسـب فائدة بسيطة على الإيداع 9% وعـلى السـحب 11%، فـما هـو رصـيد صـهيب في نهاية المدة.

الفصل الثالث

القيمة الحالية

The Present Value

الفصل الثالث

القيمة الحالية

The present value

مقدمة:

سنتعرف في البداية على بعض المصطلحات المهمة في هذا الفصل وهي:

القيمة الاسمية: Future value (FV)

وهي قيمة الدين بتاريخ استحقاقه وتسمى أيضاً القيمة المستقبلية.

القيمة الحالية: Present value (PV)

قيمة الدين في الوقت الحالي أي إذا أردنا تحصيل الدين قبل موعد استحقاقه فإن قيمة الدين عند التحصيل هي ما تسمى القيمة الحالية.

الخصم: Discount

وهو مقدار الفائدة التي يأخذها البنك أو الشخص الذي يعطي القيمة الحالية للدين ويقسم إلى قسمين:

أ- الخصم الصحيح (الحطيطة الداخلية): Cash Discount (CD).

ب- الخصم التجاري (الحطيطة الخارجية) Banking Discount (BD)

ونتعرف الآن على كيفية إيجاد القيمة الحالية والخصم سواءً كان خصم تجاري أو خصم صحيح:-

الخصم التجاري: Banking Discount (BD)

هو الخصم الذي يستعمله البنك لخصم الكمبيالات أو القيمة الإسمية للدين ويحسب بالعلاقة:

$$BD = FV * r * t$$

حيث

FV = القيمة الاسمية للدين

r = معدل الفائدة (معدل الخصم)

t = المدة الزمنية للخصم

أما القيمة الحالية للدين (PV) فهي

$$PV = FV - BD$$
$$= FV - (FV * r * t)$$
$$= FV (1 - r t)$$

مثال:-
إحسب القيمة الحالية والخصم التجاري لكمبيالة قيمتها الاسـمية (3000) دينـار تسـتحق الدفع بعد سنتين بمعدل خصم تجاري 6.5% سنوياً.
الحل:-

$$FV = 30000 , r = 6.5\% , t = 2$$

∴ الخصم التجاري هو:

$$\therefore BD = 3000 * 0.065 * 2$$
$$= 390$$

أما القيمة الحالية فهي

$$PV = FV - BD$$
$$= 3000 - 390 = 2610$$

مثال:-
أراد تاجر خصم كمبيالة قيمتها (7000) دينار تستحق الدفع بعد ثمانية شهور فإذا أعطـاه البنك معدل خصم 9% سنوياً فما هي القيمة الحالية لهذه الكمبيالة.
الحل:-

$$FV = 7000 , r = 9\% , t = \frac{8}{12}$$

$$\therefore PV = FV (1 - r t)$$

$$= (7000) \left(1 - \frac{9}{100} * \frac{8}{12}\right)$$
$$= 6580$$

مثال:-

ذهـب تـاجر بتـاريخ 2009/3/15 لخصـم كمبيالـة قيمتهـا الاسـمية (8000) دينـار تـاريخ استحقاقها 2009/9/18 فإذا كان البنك يأخذ خصماً معدله 10% سنوياً على الكمبيالة فـما هي القيمة الحالية لهذه الكمبيالة.

الحل:-

نحسب أولاً المدة بالأيام من جدول الأيام كالتالي:

$$D = 261 - 74 = 187$$

$$FV = 8000 \ , \ r = 10\% \ , \ t = \frac{187}{360}$$

$$\therefore \quad PV = 8000 \left(1 - \frac{10}{100} * \frac{187}{360}\right)$$

$$= 7584.44$$

بعض البنوك تحسب عمولة وطوابع على خصم الكمبيالات وبالتـالي تصـبح قيمـة الخصـم أكبر.

مثال:-

أراد تاجر خصم كمبيالة قيمتها (12000) دينار تستحق الدفع بعد 9 شهور مـن الآن فـإذا كان البنك يحسب معدل خصم 8% وعمولة 0.5% على إجمالي القيمة وطوابع بقيمـة 25 دينار فما هي القيمة الحالية للكمبيالة.

الحل:-

$$PV = FV - TD$$

نحسب في البداية الخصم الكـلي Total discaunt (TD) حـين نضـيف للخصـم التجـاري العمولة والطوابع.

$$\beta D = FV * r * t$$

$$= 12000 * \frac{8}{100} * \frac{9}{12}$$

$$= 720$$

نضيف لها العمولة = 12000 × $\frac{0.5}{100}$ = 60 دينار

والطوابع = 25 دينار

ليصبح مجموع الخصم

$$TD = 720 + 60 + 25$$

$$= 805$$

$$\therefore \quad PV = 12000 - 805$$

$$= 11195$$

مثال:-

قدم تاجر كمبيالة قيمتها (4000) دينار تستحق بتاريخ 2008/10/20 إلى البنك للخصم وذلك بتاريخ 2008/2/1 بمعدل خصم تجاري 12% وعمولة 0.75% وطوابع 0.5% فما هي القيمة الحالية للكمبيالة.

الحل:-

عدد الأيام $D = 293 - 32 + 1 = 262$

وذلك لأن سنة 2008 سنة كبيسة .

الخصم التجاري

$$\beta D = 4000 * \frac{12}{100} * \frac{262}{360}$$

$$= 349.33$$

العمولة

$$4000 * \frac{0.75}{100} = 30$$

الطوابع

$$4000 * \frac{0.5}{100} = 20$$

مجموع الخصم

$$TD = 349.33 + 30 + 20$$
$$= 399.33$$

∴ القيمة الحالية للكمبيالة هي

$$PV = 4000 - 399.33$$
$$= 3600.67$$

مثال:-

أراد شخص خصم كمبيالة قيمتها (25000) دينار من البنك مدتها سنة ونصف بمعدل خصم 9% سنوياً وعمولة على إجمالي المبلغ 1% وطوابع بقيمة 125 دينار، فما هو معدل الخصم الحقيقي الذي حسبه البنك.

الحل:-

نحسب إجمالي الخصم حيث:

$$\beta D = FV * r * t$$
$$= 25000 * \frac{9}{100} * 1.5$$
$$= 3375$$

العمولة $= 25000 * 0.01 = 250$

الطوابع 125

∴ إجمالي الخصم = $TD = 3375 + 250 + 125$

$$= 3750$$

نقدمها بدل الخصم التجاري لتصبح

$$3750 = (25000)\ (r)\ (1:5)$$
$$= 37500\ r$$

$$\therefore r \ \frac{3750}{37500} = 0.1 \Rightarrow r = 10\%$$

الخصم الصحيح (الخصم النقدي) Cash discount (CD)

يعتمد الخصم الصحيح على القيمة الحالية بعكس الخصم التجاري والذي يعتمد على القيمة الاسمية.

$$CD = PV * r * t$$

حيث

القيمة الحالية = PV

معدل الخصم = r

الزمن = t

وأيضاً

$$FV = PV + CD$$

$$= PV + PV * r * t$$

$$FV = PV (1 + r t)$$

القيمة الحالية هي:

$$\therefore \quad PV = \frac{FV}{1+rt}$$

مثال:-

جد القيمة الحالية والخصم الصحيح لدين قيمته الاسمية (2000) دينار وتستحق بعد ثلاثة سنوات من الآن إذا كان معدل الخصم 8% سنوياً.

الحل:-

اذا اردنا إيجاد الخصم الصحيح فيجب في البداية ايجاد القيمة الحالية ومنها نجد الخصم الصحيح.

$$FV = 2000 \;,\; r = 0.08 \;,\; t = 3$$

$$\therefore PV = \frac{2000}{1+0.08*3} = 1612.9$$

$$CD = PV * r * t$$
$$= 1612.9 * 0.08 * 3$$
$$= 387.1$$

مثال:-

إذا كانت القيمة الحالية لكمبيالة قيمتها الاسمية (5000) دينار تستحق بعد 7 شهور هي (4830.92) فما هو معدل الخصم الصحيح المحسوب.

الحل:-

$$PV = 4830.92 , \quad FV = 5000$$

$$T = \frac{7}{12} \quad , \quad r = ??$$

$$PV = \frac{FV}{1+rt}$$

$$4830.92 = \frac{5000}{1+r\left(\frac{7}{12}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad 1+ r \left(\frac{7}{12}\right) = \frac{5000}{4830.92} = 1.035$$

$$r \left(\frac{7}{12}\right) = 1.035 - 1 = 0.035$$

$$\therefore \quad r = 0.035 * \frac{12}{7} = 0.06$$

$$\therefore \quad r = 6\%.$$

مثال:-

كمبيالـة قيمتهـا (800) دينـار تسـتحق بتـاريخ 2009/11/1 خصـمت بتـاريخ 2009/3/4 بمعدل خصم 7% وعمولة 6 بالآلف وطوابع (20) دينار فما هي قيمتها الحالية.

الحل:-

حساب الأيام $D = 305 - 63 = 242$

$$PV = \frac{FV}{1 + r\frac{D}{365}}$$

$$= \frac{800}{1 + \frac{7}{100} * \frac{242}{365}}$$

$$= 764.52$$

هذه القيمة الحالية على أساس الخصم الصحيح.

$$CD = FV - PV = 800 - 764.52$$
$$= 35.48$$

العمولة هي: $800 \times \frac{6}{1000} = 4.8$ دينار

∴ يكون إجمال الخصم هو

$$TD = 35.58 + 20 = 60.28$$

∴ القيمة الحالية على أساس الخصم والعمولة والطوابع هي.

$$PV = 800 - 60.28 = 739.72$$

الخصم التجاري والصحيح لعدة مبالغ.

مثال :

كمبيالة قيمتها الاسمية (14000) دينار خصمت بمعدل خصم صحيح 8% سنوياً فكانت القيمة الحالية هي (13245.2) دينار فإن المدة الزمنية هي:

FV = 14000 , PV = 13245.2 , r = 0.08 , t = ??

$$PV = \frac{FV}{1+rt}$$

$$13245.2 = \frac{14000}{1+0.08t}$$

$$1 + 0.08t = \frac{14000}{13245.2} = 1.057$$

$$0.08t = 1.057 - 1 = 0.057$$

$$\frac{0.08t}{0.08} = \frac{0.057}{0.08}$$

$$t = 0.7125$$

لتحويلها إلى أيام نضربها في 365

$$\therefore D = 365 * 0.7125 = 260.0625 = 260$$

مثال:-

تقدم تاجر للبنك لخصم الكمبيالات الثلاثة التالية على أساس الخصم التجاري بمعدل خصم 11% وعمولة 1% وطوابع 0.5%.

الكمبيالة الأولى: 4000 دينار تستحق بعد 8 شهور.

الكمبيالة الثانية: 6000 دينار تستحق بعد 10 شهور.

الكمبيالة الثالثة: 10000 دينار تستحق بعد سنة.

فما هي القيمة الحالية للكمبيالات الثلاثة معاً.

الحل:-

نحسب القيمة الحالية لكل كمبيالة على حدة وتكون القيمة الحالية مجموع القيم الحالية للكمبيالات الثلاثة أي

$$PV = PV_1 + PV_2 + PV_3$$

القيمة الحالية للكمبيالة الأولى

$$PV_1 = FV_1 - TD_1$$

$$\beta D_1 = FV * r * \frac{M}{12}$$

$$= 4000 * \frac{4}{100} * \frac{8}{12}$$

$$= 293.33$$

$$TD_1 = 293.33 + \frac{1}{100} * 4000 + \frac{0.5}{100} * 4000$$

$$= 293.33 + 60 = 353.33$$

$$\therefore PV_1 = 4000 - 353.33 = 3646.67$$

القيمة الحالية للكمبيالة الثانية

$$PV_2 = FV_2 - TD_2$$

$$\beta D_2 = 6000 * \frac{11}{100} * \frac{10}{12}$$

$$= 550$$

$$TD2 = 550 + \frac{1.5}{100} * 6000$$

$$= 550 + 90 = 640$$

$$\therefore PV_2 = 6000 - 640 = 5360$$

القيمة الحالية للكمبيالة الثالثة

$$PV_3 = FV_3 - TD_3$$

$$\beta D_3 = 10000 * 0.11 * 1 = 1100$$

$TD_3 = 1100 + 0.015 * 10000$
$= 1100 + 150$
$= 1250$

$\therefore PV_3 = 10000 - 1250$
$= 8750$

$\therefore PV = PV_1 + PV_2 + PV_3$
$= 3646.67 + 5360 + 8750$
$= 17756.67$

مثال:-

كمبيالات الأولى نصف الثانية تستحق الأولى الدفع بعد 6 أشهر والثانية بعـد 8 أشـهر مـن الآن خصمت مـن البنـك بخصـم تجـاري معدلـه 8% سـنوياً فـإذا كانـت القيمـة الحاليـة للكمبيالتان هي (3424) دينار فما هي قيمة كل من الكمبيالات.

الحل:-

نفرض القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى × ⇦ القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية 2x .

$PV = FV_1 \ (1 - r t_1) + FV_2 \ (1 - r t_2)$

$$3424 = x\left(1-\frac{8}{100}*\frac{6}{12}\right)+2x\left(1-\frac{8}{100}*\frac{8}{12}\right)$$

$$= 0.96\ x + 1.89\ x$$

$$= 2.85\ x$$

$$\therefore x = \frac{3424}{2.85} = 1201.4$$

∴ القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى = 1201.4
والقيمة الاسمية للكمبيالة الثانية = 2402.8

مثال:-

احسب القيمة الحالية للكمبيالات الأربعة التالية وتواريخ استحقاقها إذا خصمت على أساس الخصم الصحيح وبمعدل خصم 14% سنوياً بتاريخ 2008/2/1.

1500 دينار حق 2008/5/14

2500 دينار حق 2008/10/31

3000 دينار حق 2008/10/12

5000 دينار حق 2009/1/12

الحل:-

القيمة الحالية للخصم الصحيح

$$PV = \frac{FV}{1+rt}$$

القيمة الحالية للكمبيالة الأولى

نحسب أولاً عدد الأيام من جدول الأيام ونضيف (1) لأن السنة كبيسة، حيث

$$D = 134 - 32 + 1 = 103$$

$$\therefore PV_1 = \frac{1500}{1+\frac{14}{100}*\frac{103}{365}} = 1443$$

القيمة الحالية للكمبيالة الثانية

عدد الأيام:

$$D = 256 - 32 + 1 = 225$$

$$PV_2 = \frac{2500}{1+\frac{14}{100}*\frac{225}{365}} = 2301.4$$

القيمة الحالية للكمبيالة الثالثة

عدد الأيام:

$$D = 285 - 32 + 1 = 254$$

$$PV_3 = \frac{3000}{1+\frac{14}{100}*\frac{254}{365}} = 2733.7$$

القيمة الحالية للكمبيالة الرابعة

عدد الأيام:

$$D = 377 - 32 + 1 = 346$$

$$PV_4 = \frac{5000}{1+\frac{14}{100}*\frac{346}{365}} = 4414.2$$

$$PV = PV_1 + PV_2 + PV_3 + PV_4$$

$$= 1443 + 2301.4 + 2733.7 + 4414.2$$

$$= 10892.3$$

في بعض الأحيان يحسب البنك معدل خصم يسمى معدل الخصم الاسمي ولكن عند الحساب يرى العميل أن معدل الخصم الحقيقي أكبر من ذلك حيث يحسب عمولة طوابع بالإضافة إلى مهلة سداد معين، والمثال التالي يوضح كيفية حساب معدل الفائدة الحقيقي من معدل الفائدة الاسمي.

مثال:-

ذهب تاجر إلى البنك بتاريخ 2009/2/5 لخصم الكمبيالتان

8000 دينار حق 2009/7/7

12000 دينار حق 2009/9/25

فإذا علمت أن البنك يحسب معدل خصم تجاري 8% وعمولة 1.5 بالألف عن كل كمبيالة و 25 دينار مصاريف تحصيل لكل كمبيالة ويعطى مهلة سداد 5 أيام، إحسب:

1- القيمة الحالية لهذه الكمبيالات.
2- معدل الفائدة الحقيقي الذي يحسب البنك.
الحل:-
القيمة الحالية = القيمة الاسمية – الخصم التجاري

$$PV = FV - TD$$

$$BD = FV . r . \frac{D}{360}$$

الكمبيالة الأولى:

$$D = 188 - 36 = 152 + 5 = 157$$

تضاف 5 أيام مهلة السداد

$$BD_1 = 8000 * \frac{8}{100} * \frac{157}{360} = 279.11$$

$$TD_1 = 279.11 + \frac{1.5}{1000} * 8000 + 25$$
$$= 316.11$$

$$PV_1 = FV_1 - TD_1$$

$$= 8000 - 316.4 = 7683089$$

الكمبيالة الثانية:

$$D = 268 - 36 = 232 + 5 = 237$$

$$BD_2 = 12000 * \frac{8}{100} * \frac{237}{360}$$
$$= 632$$

$$TD_2 = 632 + \frac{1.5}{1000} * 12000 + 25.$$
$$= 675$$

$$PV_2 = FV_2 - TD_2$$

$$= 12000 - 675$$

$$= 11325$$

$$PV = PV_1 + PV_2$$

$$= 11325 + 7683.89$$

$$= 19008.89$$

أما لحساب معدل الفائدة الحقيقي فنأخذ إما الخصم الأول أو الثاني

$$TD_2 = 675$$

ونحسب الأيام بدون مهلة السداد

حيث $D = 232$

$$\therefore TD = FV . r . \frac{D}{360}$$

$$675 = 12000 * r * \frac{232}{360}$$

$$675 = 7733.33\ r$$

$$\therefore r = \frac{675}{7733.33} = 0.087$$

∴ معدل الفائدة الحقيقي هو $r = 8.7\%$

في هذا المثال يمكن استخدام طريقة النمر والقواسم في إيجاد إجمالي الخصم حيث

$$BD = BD_1 + BD_2$$

$$= FV_1 . r . \frac{D_1}{360} + FV_2 . r . \frac{D_2}{360}$$

$$= \frac{r}{360} \left[FV_1 . D_1 + FV_2 \ D_2 \right]$$

$$D = \frac{0.08}{360} \left[8000 * 157 + 12000 * 237 \right]$$

$$= 911.11$$

يضاف إلى هذا الخصم العمولة والمصاريف

العمولة = $30 \frac{1.5}{1000} = [8000 + 12000]$

المصاريف $25 + 25 = 50$

$$\therefore \ TD = 911.11 + 30 + 50$$

$$= 980.11$$

$$PV = (12000 + 8000) - 980.11$$

$$= 19019.89$$

مثال:-

خصم رجل المبالغ التالية بتاريخ 2009/2/12

2000 دينار حق 2009/6/15

5000 دينار حق 2009/7/18

× دينار حق 2008/8/20

فإذا كان البنك يحسب معدل خصم تجاري 7% وعمولة 2 بالألف ومصاريف تحصيل 75 دينار لكل كمبيالة وكانت القيمة الحالية لتلك الكمبيالات هي (9445.25) دينار فما هي قيمة المبلغ الثالث.

الحل:-

نحسب الأيام لكل من المبالغ الثلاثة

الأول: $D_1 = 160 - 43 = 123$

الثاني: $D_2 = 199 - 43 = 156$

الثالث: $D_3 = 232 - 43 = 189$

مجمل الخصم بطريقة النمر والقواسم هو

$$D = \frac{0.07}{360} [2000 * 123 + 5000 * 156 + 189x]$$

$$= 199.5 + 0.03675 x$$

$$TD = 199.5 + 0.03675x + \frac{2}{1000} * 2000 + \frac{2}{1000} * 5000 + \frac{2}{1000} * x + 75 + 75 + 75$$

$$= 438.5 + 0.03875 x$$

$$PV = (2000 + 5000 + x) - (438.5 + 0.03875x)$$

$$9445.25 = 6561.5 + 0.96125 x$$

$$0.96125x = 9445.25 - 6561.5$$

$$= 2883.75$$

$$\therefore x = \frac{2883.75}{0.96125} = 3000$$

القيمة الحالية للدفعات المتساوية المنتظمة

القيمة الحالية للدفعات = مجموع الدفعات - الخصم

الخصم= الدفعة×معدل الفائدة× عدد الدفعات (مدة استثمار الدفعة الأولى+مدة استثمار الدفعة الأخيرة)

12 2

أي

$$DP = P * r * \frac{n}{2}\left(\frac{m_n - m_o}{12}\right)$$

أما القيمة الحالي فهي

$$PV = Pn - P * r * \frac{n}{2}\left(\frac{m_n + m_o}{12}\right)$$

نلاحظ على قانون القيمة الحالية للدفعات (PV) والخصم DP أن قانون جملة الخصم هو نفس قانون مجموع الفائدة في جملة الدفعات ولكن عند حساب m_n و m_o فإن طريقة الحساب تكون عكسية أي إذا كانت الدفعات في بداية الفترة فإن الحساب يكون كما في جملة الدفعات العادية وفي نهاية الفترة يكون كما هي الدفعات الفورية.

أما قانون القيمة الحالية فإن الفرق بينه وبين جملة الدفعات هو الإشارة.

مثال:-

اشترى رجل قطعة أرض دفع نصف ثمنها نقداً والباقي على أقساط تدفع بداية كل شهر قيمة القسط (600) دينار لمدة 60 شهر فإذا كان البنك بحسب معدل فائدة 9% سنوياً فما هي القيمة النقدية لقطعة الأرض.

الحل:-

$P = 600\ ,\ n = 60\ ,\ r = 0.09\ ,\ m_n = 0\ ,\ m_o = 59.$

$$PV = 600 * 60 - 600 * 0.09 * \frac{60}{2}\left(\frac{0+59}{12}\right)$$

$$= 36000 - 7965 = 28035$$

وهو نصف ثمن الأرض وأما ثمن الأرض فهو

28035 * 2 = 56070 دينار

مثال:-

أعلنت إحدى شركات الحاسوب أنها ستبيع أجهزة حاسوب محمول (Laptop) للطلبة بدفعة أولى 150 دينار والباقي على ستة دفعات تدفع نهاية كل أربع شهور ولكن إذا أراد طالب شراء الجهاز نقداً فإنها تعطيه خصم مقداره 15% على الدفعات ما هو السعر النقدي للجهاز.

الحل:-

$P = 150\ ,\ n = 6\ ,\ r = 0.15\ ,\ m_n = 24\ ,\ m_o = 3.$

$$PV = 150 * 6 - 150 * 0.15 * \frac{6}{2}\left(\frac{24+3}{12}\right)$$

$$= 900 - 151.875$$

$$= 748.125$$

وتكون القيمة النقدية للجهاز هي القيمة الحالية + الدفعة الأولى

= 748.125 + 150 = 898.125 دينار

مثال:-

إذا أراد جمال شراء غرفة نوم فإن سعرها النقدي يكون (2685) دينار ولكن إذا أراد شرائها بالتقسيط فإن القسط الشهري سيكون (150) دينار تدفع نهاية كل شهر ولمدة عشرين شهر، إحسب معدل الخصم المعطى على السعر النقدي.

الحل:-

PV = 2650 , P = 150 , n = 20 , mn = 20 , mo = 1 , r = ??

$$PV = Pn - Pr * \frac{n}{2}\left(\frac{m_n + m_o}{12}\right)$$

$$2685 = 150 * 20 - 150 * r * \frac{20}{2}\left(\frac{20+1}{12}\right)$$

$$2685 = 3000 - 2625 r$$

$$2625 r = 3000 - 2685 = 315$$

$$\therefore \quad r = \frac{315}{2626} = 0.12 \Rightarrow r = 12\%$$

تمارين

1) كمبيالة قيمتها الاسمية (2500) دينار تستحق الدفع بعد ثلاثـة سـنوات إذا كـان معدل الخصم 6.5% فجد ما يلي:-
أ- الخصم التجاري.
ب- الخصم الصحيح.
ج- القيمة الحالية للكمبيالة.

2) جد القيمة الحالية للكمبيالة قيمتها الاسمية (20000) دينار تستحق الـدفع بعـد سبعة شهور إذا خصمت بخصم تجاري معدله 8% وعمولة (2.5) بالألف وطوابع (20) دينار.

3) كمبيالـة تسـتحق بتـاريخ 2009/3/15 خصـمت بتـاريخ 2008/2/2 عـلى أسـاس الخصم الصحيح بمعـدل 5% وعمولـة ومصـاريف تحصـيل 1% فـما هـي قيمتهـا الحالية إذا كانت قيمتها الاسمية (50000) دينار.

4) كمبيالة قيمتها الاسمية (2000) دينار تسـتحق بعـد (9) شـهور خصـمت بخصـم تجاري فكانت قيمتها الحالية هي (11325) دينار. جد معدل الخصم.

5) كمبيالة قيمتها الاسـمية (2000) دينـار تسـتحق بعـد مـدة مـن الـزمن خصـمت بخصم صحيح معدل 6% فكانت القيمة الحالية منها هي (1869.16) دينار. فجد مدة الخصم.

6) شخص مدين للبنك بالمبالغ التالية:

1500 دينار تستحق بعد 8 شهور.

2500 دينار تستحق بعد 10 شهور.

4000 دينار تستحق بعد سنة.

ذهب إلى البنك لتسديد هذه الديون فأعطاه البنك خصم تجاري معدله 4.5% سنوياً. فما هي القيمة الواجب دفعها الآن.

7) أراد تاجر خصم الكمبيالات التالية من البنك:

3000 دينار تستحق بعد 130 يوم.

4000 دينار تستحق بعد 140 يوم.

5000 دينار تستحق بعد 160 يوم.

8000 دينار تستحق بعد 200 يوم.

إذا كان البنك يحسب خصم صحيح معدله 2% ربع سنوية وعمولة 3% عن كل كمبيالة ومصاريف (250) دينار عن كل الكمبيالات احسب القيمة الحالية لهذه الكمبيالات.

8) إذا كان لدى التاجر الكمبيالات الثلاثة التالية:

1000 دينار تستحق بتاريخ 2008./6/17

2500 دينار تستحق بتاريخ 2008/7/12.

x دينار تستحق بتاريخ 2008/8/15

وبتاريخ 2008/2/1 ذهب إلى البنك لخصم هذه الكمبيالات بمعدل خصم صحيح معدله 5% سنوياً وكانت القيمة الحالية هي (   ) دينار فجد قيمة x.

9) اشترى شخص سيارة بالتقسـيط دفـع مـن ثمنهـا 25% مـن سـعرها والبـاقي عـلى أقساط متساوية (60) قسط قيمة كل قسط (325) دينـار بمعـدل فائـدة بسـيطة 6%. فما هي القيمة النقدية لسيارة.

10) جد القيمة الحالية لدفعات فورية متساوية ربع سنوية قيمـة كـل دفعـة (500) دينار ومدتها 4 سنوات إذا كان معدل الخصم 7% سنوياً.

الفصل الرابع

تسوية الديون واستبدالها

Debt Settlement and the Replacement of Dept

الفصل الرابع
تسوية الديون واستبدالها
Debt settlement and the replacement of dept

كثير من الأحيان يضطر الإنسان إلى الاستدانة أو الاقتراض من البنوك ويتم سداد هذه الديوان بعده طرق:

1- تسديد القرض مع فوائده في نهاية المدة.
2- تسديد القرض في نهاية المدة والفوائد بشكل دوري.
3- تسديد القرض والفوائد معاً على دفعات متساوية.

وفي بعض الأحيان يكون الشخص مدان بأكثر من دين وبتواريخ مختلفة يستبدل هذه الديون بدين واحد أو أكثر وهناك أيضاً ثلاثة حالات لهذه المسألة:

أ- استبدال الديون بدين واحد أو أكثر تاريخه بعد تواريخ استحقاق الديون جميعاً.
ب- استبدال الديون بدين واحد أو أكثر بتاريخ قبل تواريخ استحقاق جميع الديون.
ج- استبدال الديون بدين أو أكثر يكون تاريخه بين تواريخ استحقاق هذه الديون.

وسنتعرف على هذه الطرق جميعاً.

تسديد القرض مع فوائده في نهاية المدة:

وهذه تكون جملة المبلغ بعوائد بسيطة والتي تعرضنا لها في الفصل الأول حيث:

$$\beta_n = \beta_o \ (1 + rt)$$

وكما ذكرنا سابقاً فإن الزمن t يمكن أن يكون بالسنوات أو الأشهر أو الأيام.

مثال:-

اقترض شخص مبلغ 1500 دينار بمعدل فائدة بسيطة 8.5% واتفق مع البنك على سداد المبلغ وفوائد في نهاية المدة والبالغة ثلاثة سنوات جد قيمة ما يسدده في نهاية المدة.

الحل:-

$$\beta_o = 1500 \ , \ r = 0.085 \ , \ t = 3$$

$$\therefore \beta_n = B_o \ (1 + r\,t)$$
$$= (1500)\ (1 + 0.085 * 3)$$
$$= 1882.5$$

مثال:-

اقترض تامر مبلغ (6000) لمدة سبعة أشهر بمعدل فائدة 11% سنوياً. جد قيمة المبلغ الذي سيسدده في نهاية المدة.

الحل:-

$$\beta_o = 6000 \ \ (r = 0.11)\ t = \frac{7}{12}$$

$$\therefore \beta_n = (6000)\left(1 + 0.11 * \frac{7}{12}\right)$$

$$= 6385$$

مثال:-

استدانت شركة من البنك مبلغ (250000) دينار بتاريخ 2006/6/1 بمعدل فائدة (3.5%) تدفع كل أربعة شهور وبتاريخ 2006/11/12 سدد كامل المبلغ مع الفوائد فما هو المبلغ المسدد.

الحل:-

$$\beta_o = 250000 \ , \ r = 3.5 * 3 = 10.5\% \ , \ D = 165$$

$$\therefore \beta_n = B_o \left(1 + r\frac{D}{360}\right)$$
$$= (250000)\left(1 + 0.105 * \frac{165}{360}\right)$$
$$= 262031.25$$

تسديد القرض في نهاية المدة والفوائد على دفعات متساوية

يتم في هذه الطريقة حساب قيمة الفائدة الدورية الواحدة عن مدة السداد للفوائد ويبقى أصل القرض كما هو وتكون الفائدة هي:

$$I = \beta_o \, r \, t$$

مثال:-

اقترض شخص من البنك مبلغ (2000) دينار لمدة سنة بمعدل فائدة بسيطة 14% سنوياً واتفق مع البنك على تسديد أصل القرض في نهاية المدة والفوائد على دفعات شهرية متساوية إحسب.

1- مقدار الفائدة الدورية الواحدة.

2- مقدار الدفعة الأخيرة.

3- مجموع الفوائد المدفوعة.

الحل:-

-1

$$\beta_o = 2000 \ , \ r = 0.14 \ , \ m = \frac{1}{12}$$

$$\therefore \ I_1 = 2000 * 0.14 * \frac{1}{12}$$

$$= 23.33$$ الفائدة الدورية الواحدة

2- أما الدفعة الأخيرة فتكون مقدار الفائدة مضافاً له أصل القرض

$$\therefore \ I_{12} = 23.33 + 2000$$
$$= 2023.33$$

3- مجموع الفوائد المدفوعة هو :

$$\sum I = I * n$$
$$= 23.33 * 12 = 280$$

مثال:-

اقترض رجل مبلغ (40000) دينار لمدة خمس سنوات بمعدل فائدة بسيطة 8% على أن يسدد أصل القرض في نهاية المدة والفوائد بشكل دوري ربع سنوي . احسب مقدار الفائدة الدورية الواحدة. وما هو مجموع الفوائد التي سيدفعها على القرض.

الحل:-

$$\beta_o = 4000 \quad , \quad r = 0.08 \quad , \quad m = \frac{3}{12}$$

$$\therefore I_\beta = 40000 * 0.08 * \frac{3}{12}$$

$$= 800$$

مجموع الفوائد

$$\sum I = I * n$$

$$I = 800$$

$$n = 4 * 5 = 20$$

$$\therefore \sum I = 800 * 20$$

$$= 16000$$

تسديد أصل القرض والفوائد معاً على أقساط متساوية

لحساب قيمة القسط الواحد نستخدم القانون:

جملة المبلغ = جملة الدفعات

$$\beta_o (1 + r t) = Pn + P r \frac{n}{2}\left(\frac{m_n + m_o}{12}\right)$$

يستخدم هذا القانون أيضاً لحساب القسط عند البيع بالتقسيط.

مثال:-

اقترض شخص مبلغ (8000) دينار بمعدل فائدة بسيطة سنوي 9% واتفق مع البنك على تسديد المبلغ مع الفوائد على دفعات شهرية فورية متساوية لمدة أربع سنوات فما هي قيمة الدفعة الواحدة.

الحل:

$$\beta_o = 8000 \ , \ r = 0.09 \ , \ t = 4, \ n = 48$$

$$M_n = 481 \ , \ m_o = 1 \quad P = ??$$

نطبق القانون

$$(8000) \ (1 + 0.09 * 4) = 48P + P \ (0.09) \left(\frac{48}{2}\right)\left(\frac{48+1}{12}\right)$$

$$10880 = 48P + 8.82P$$

$$= 56.82 \ P$$

$$\therefore P = \frac{10880}{56.82} = 191.5$$

مثال:-

اشترى شخص شقة بمبلغ (120000) دينار وأراد أن يمولها من البنك الإسلامي بمعدل مرابحة فائدة بسيطة (6.25%) على أن يدفع 25% من سعرها نقداً والباقي على أقساط شهرية متساوية لمدة 15 سنة تدفع في نهاية كل شهر. جد قيمة القسط الشهري.

الحل:-

$$\beta_o = 120000 * 0.75 = 90000 \ , \ r = 0.0625$$

$$t = 15 \quad n = 12 * 15 = 180 \ , \ m_n = 179 \ , \ m_o = 0$$

$$90000 * (1 + 0.0625 * 15) = 180P + P \ (0.0625) \ \frac{180}{2}\left(\frac{179+0}{12}\right)$$

$$174375 = 180\ P + 83.90625\ P$$

$$263.90625\ P = 174375$$

$$\therefore P = \frac{174375}{263.90625}$$

$$\therefore P = 660.75$$

مثال:-

اشترى حامد شاشة (LCD) بالتقسيط على أن يدفع من ثمنها 15% ويقسط الباقي على سنتين بمعدل فائدة بسيطة 7% فإذا كان للقسط الشهري هو (70) دينار فما هو السعر النقدي للشاشة.

الحل:-

$$P = 70\ ,\ r = 0.07\ ,\ n = 24\ ,\ m_n = 23\ ,\ m_o = 0$$

$$\beta_o\ (1 + rt) = Pn + Pr\ \frac{n}{2}\left(\frac{m_n + m_o}{12}\right)$$

$$\beta_o\ (1 + 0.07 * 2) = 70 * 24 + 70 * 0.07 * \frac{24}{2}\left(\frac{23+0}{12}\right)$$

$$1.14\ \beta_o = 16.80 + 112.7 = 1792.7$$

$$\therefore \beta_o = \frac{1792.7}{1.14} = 1572.5$$

لكنه دفع 15% من قيمتها كدفعة أولى وبالتالي فإن هذا المبلغ يشكل 85% من السعر النقدي للجهاز.

$\therefore$ السعر النقدي = $\frac{1572.5}{0.85}$ = 1850 دينار

مثال:-

اقترض شخص مبلغ (4000) دينار واتفق مع البنك على سـداد القـرض والفوائـد معـاً عـلى أقساط شهرية متساوية لمدة ثلاثة سنوات فـإذا كـان القسـط الشـهري (123.4). فـما هـو معدل الفائدة المحسوب.

الحل:-

$\beta_o = 4000$, $t = 3$, $P = 123.4$, $n = 36$, $m_n = 35$ $m_o = 0$

$$4000\,(1 + r\,(3)\,) = 123.4 * 36 + 123.4 * r * \frac{36}{2}\left(\frac{35+0}{12}\right)$$

$$4000 + 12000\,r = 4442.4 + 6478.5\,r$$

$$12000\,r - 6478.5\,r = 4442.4 - 4000$$

$$5521.5\,r = 442.4$$

$$r = \frac{442.4}{5521.5} = 0.08$$

$$\therefore\ r = 8\%$$

تسوية (سداد) الديون:-

في بعض الأحيـان يكـون الأشـخاص مـدينين بـأكثر مـن ديـن واحـد وعـلى فـترات مختلفـة فيلجئون إلى تسوية هذه الديون بدين واحد أو أكثر حسب الحالات التالية:-

أ) استبدال الديون بدين واحد أو أكثر تاريخه قبل تواريخ استحقاق الديون.

وهذه تكون طريقة القيمة الحالية التي شرحناها سابقاً.

مثال:-

رجل مدين بالمبالغ التالية:

1000 دينار تستحق بعد سنة.

1500 دينار تستحق بعد 14 شهر.

2000 دينار تستحق بعد 18 شهر.

أراد استبدال هذه الديون بدين واحد يستحق الدفع بعد ستة شهور بمعدل فائدة 5% سنوياً فما هي قيمة الدين الجديد .

الحل:- نستخدم طريقة النمر والقواسم لحساب مجمل الخصم.

$$r = 0.05 \quad , \quad \beta_{o1} = 1000 \quad , \quad m_1 = 6$$

$$\beta_{o2} = 1500 \quad , \quad m_2 = 8 \quad , \quad \beta_{o3} = 2000 \quad , \quad m_3 = 12$$

$$\therefore D = \frac{0.05}{12} \; (1000 * 6 + 1500 * 8 + 2000 * 12)$$

$$= \frac{0.05}{12} * 42000$$

$$= 175$$

أما قيمة الدين الجديد فهي :

$$\beta_n = (1000 + 1500 + 2000) - 175$$

$$= 4500 - 175$$

$$= 4325$$

مثال:-

رجل مدين بالمبالغ التالية:-

800 دينار تستحق بتاريخ 2008/10/12

1200 دينار تستحق بتاريخ 2008/11/9

1500 دينار تستحق بتاريخ 2008/12/31

2500 دينار تستحق بتاريخ 2009/2/17

أراد استبدال هذه الديون بدينين متساويين في القيمة الأول بتاريخ 2008/3/1 والثاني بتاريخ 2008/5/1، فإذا كان البنك يحسب خصم تجاري معدله 6% على هذه الكمبيالات فما هي قيمة الدينين.

الحل:-

نجد القيمة الحالية لهذه الديون مجتمعة بتاريخ 2008/3/1. ثم نجد جملة المبلغ الثاني.

المدة بالأيام

المبلغ الأول $D1 = 285 - 60 = 225$

المبلغ الثاني $D2 = 313 - 60 = 253$

المبلغ الثالث $D3 = 365 - 60 = 305$

المبلغ الرابع $D4 = 365 - 60 + 48 = 353$

جملة الخصم لهذه المبالغ هي

$$D = \frac{0.06}{360} \ (800 * 225 + 1200 * 253 + 1500 * 305 + 2500 * 353)$$

$$= 304$$

$$PV = FV - D$$

$$= (800 + 1200 + 1500 + 2500) - 304$$

$$= 5696$$

∴ تكون قيمة المبلغ الأول = نصف هذه القيمة

$= \frac{5696}{2} = 2848$ دينار

ولحساب جملة المبلغ الثاني نحسب أولاً المـدة بالايـام مـن تـاريخ 3/1 ولغايـة تـاريخ 5/1 والتي تكون 61 يوم. ونعوض في قانون جملة المبلـغ عـلى اعتبـار أن القيمـة الحاليـة لهـذا الدين هي (2848) وتكون جملة المبلغ هي :

$$\beta n = (2848) \left(1 + 0.06 * \frac{61}{360}\right) = 2876.95$$

ب) استبدال الديون بدين واحد أو أكثر يستحق الدفع بعد تواريخ الاستحقاق.

في هذه الطريقة نستخدم قانون جملة المبلغ حيث

$$\beta n = \beta o = (1 + rt)$$

مثال:-

شخص مدين بثلاثة كمبيالات على النحو الآتي:

الكمبيالة الأولى (5000) دينار تستحق بعد سنة والثانية (7000) دينار تستحق بعد سنتين والثالثة 8000 دينار تستحق بعد ثلاثة سنوات فإذا أراد استبدالها بكمبيالة واحدة تستحق بعد خمس سنوات من الآن بمعدل فائدة 8.5% سنوياً. فما هي قيمة هذه الكمبيالة.

الحل:-

نجد جملة الثلاثة كمبيالات بتاريخ استحقاق الكمبيالة الجديدة وذلك بطريقة النمر والقواسم كالآتي:

$$I = (0.085)\ (5000 * 4 + 7000 * 3 + 8000 * 2)$$
$$= 4845$$

$$\therefore \beta n = \beta o + I$$
$$= (5000 + 7000 + 8000) + 4845$$
$$= 24845$$

مثال:-

تاجر مدين بأربع كمبيالات متساوية القيمة تستحق كل واحدة في نهاية كل ثلاثة شهور من أشهر عام 2010. أراد استبدالها بدين في نهاية عام 2010 قيمته (6202.5) دينار بمعدل فائدة 9% سنوياً. فما هو مقدار كل كمبيالة.

الحل:-

تستخدم في هذه الحالة جملة الدفعات حيث

$$Pn = 6202.5\ ,\ P = ??\ \ n = 4\ ,\ r = 0.09\ ,\ m_n = 9\ ,\ m_o = 0$$

$$6202.5 = P\ (4) + P\ (0.09)\ \left(\frac{4}{2}\right)\left(\frac{9+0}{12}\right)$$
$$= 4P + 0.135\ P = 4.135\ P$$

$$\therefore \; P = \frac{6202.5}{4.135} = 1500$$

ج) استبدال الديون بدين أو أكثر تواريخها بين تواريخ الديون القديمة.

وهنا نستخدم القاعدتين القيمة الحالية وجملة المبلغ .

مثال:-

شخص مدين بأربع كمبيالات كما يلي:-

1800 دينار تستحق بتاريخ 2009./6/1

2300 دينار تستحق بتاريخ 2009./7/5

2900 دينار تستحق بتاريخ 2009./9/9

3000 دينار تستحق بتاريخ 2009/11/11.

أراد استبدال هذه الديون بكمبيالة واحدة تاريخه 2009/8/15 بمعدل فائدة بسيطة 12% سنوياً. فما هي قيمة هذه الكمبيالة.

الحل:-

نستخدم في هـذه الحالـة القيمـة الحاليـة وجملـة المبلـغ حيـث تكـون الكمبيالتـان الأولى والثانية جملة مبلغ والثالثة والرابعة قيمة حالية.

الكمبيالتان الأولى والثانية:

$$D_1 = 227 - 152 = 75$$

$$D_2 = 227 - 186 = 41$$

$$I = \frac{0.12}{360} (1800 * 75 + 2300 * 41)$$
$$= 76.43$$

$$\therefore \; \beta_n = 1800 + 2300 + 76.43 = 4176.43$$

الكمبيالتان الثالثة والرابعة

$D_3 = 252 - 227 = 25$

$D_4 = 315 - 227 = 88$

$$D = \frac{0.12}{360} (2900 * 25 + 3000 * 88)$$

$D = 112.17$

$\therefore PV = FV - D$

$= (2900 + 3000) - 112.17$

$= 5787.83$

$\therefore$ تكون قيمة الكمبيالة الجديدة هي:

$= 5787.83 + 4176.43$

$= 9964.26$

مثال:-

رجل مدين بالكمبيالات الثلاثة التالية:-

الأولى:- 25000 دينار تستحق بعد 3 شهور.

الثانية:- 35000 دينار تستحق بعد 7 شهور.

الثالثة: 30000 دينار تستحق بعد 8 شهور.

أراد استبدالها بكمبيالتين الأولى ضعف الثانية، الأولى تستحق بعد 6 شهور والثانية تستحق بعد 5 شهور بمعدل فائدة 8% سنوياً. احسب قيمة الدينين.

الحل:-

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة

نحسب في البداية القيمة الحالية لهذه الديون.

$$D = \frac{0.08}{12}(25000 * 3 + 35000 * 7 + 30000 * 8)$$

$$= 3733.33$$

$$PV = (25000 + 35000 + 30000) - 3733.33$$

$$= 86266.66$$

وهذه القيمة تكون القيمة الحالية للديون الجديدة .

الكمبيالة الأولى = $2x$ ، والثانية = x

$$86266.66 = (x + 2x) - \frac{0.08}{12}(2x * 6 + x * 5)$$

$$= 3x - 0.113x$$

$$= 2.887x$$

$$\therefore x = \frac{86266.66}{2.887}$$

$= 29881.07$ الكمبيالة الثانية

$2x = 59762.14$ الكمبيالة الأولى

تمارين

1) اقترضت شركة 4 مليون دينار لمدة سنة وخمسة شهور بمعدل فائدة بسيطة 9% سنوياً، واتفق مع البنك على سداد القرض وفوائده في نهاية المدة فما هو المبلغ الواجب سداده.

2) اقترض شخص من البنك مبلغ (12000) دينار لمدة أربع سنوات بمعدل فائدة بسيطة 8% سنوياً وقبل موعد السداد بستة أشهر ذهب إلى البنك ليطلب تأجيل سداد المدة سنتين آخرين فاشترط عليه البنك فائدة تأخير 12.3% سنوياً. ووافق فما هو المبلغ الواجب سداده في نهاية المدة.

3) اقترض تاجر من البنك مبلغ (50000) دينار بتاريخ 2008/1/27 بمعدل فائدة بسيطة 2.25% ربع سنوية وبتاريخ 2008/10/18 سدد المبلغ الذي عليه كاملاً فما المبلغ الذي سدده.

4) اقترض سميح مبلغ (15000) دينار من البنك لمدة ستة سنوات بمعدل فائدة بسيطة 8.5% سنوياً واتفق مع البنك على سداد أصل القرض في نهاية المدة والفوائد نهاية كل أربع شهور.

5) اشترى حسن شقة بمبلغ (70000) دينار دفع من ثمنها 20% دفعة أولى والباقي من بنك القاهرة عمان بمعدل فائدة بسيطة 9.25% سنوياً ولمدة عشر سنوات فما هي قيمة القسط السنوي.

6) أعلنت إحدى شركات بيع الأجهزة الكهربائية من البيـع بالتقسـيط بحيـث يـدفع الزبون 15% من قيمة الجهاز والباقي على 20 شهر بمعدل فائدة شهرية 5%. فإذا أراد محمود شراء الأجهزة التالية من الشركة:
ثلاجة بقيمة 750 دينار.
تلفزيون بقيمة 250 دينار.
غسالة بقيمة 400 دينار.
فرن غاز بقيمة 600 دينار
إحسب قيمة الدفعة الأولى والقسط الشهري الذي سيدفعه.

7) اقترض شخص مبلغ من المال من البنك لمدة أربع سـنوات بمعـدل فائـدة بسـيطة 6% سنوياً واتفق مع البنك على دفع المبلغ والفوائد على أقساط متسـاوية نهايـة كل شهرين وكان القسط (420) دينار فما هو المبلغ المقترض.

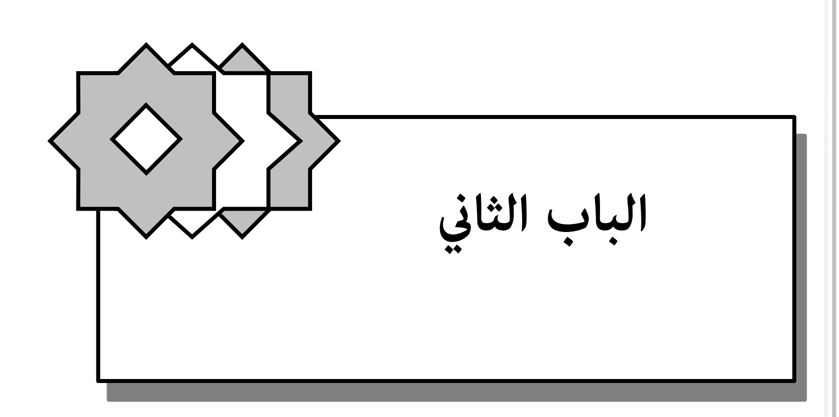
8) اشترى صهيب شقة بمبلغ (80000) دينار دفع من ثمنها 25% والباقي على أقساط عادية نصف سنوية قيمة كـل منهـا (1687.64) دينـار ولمـدة 15 سـنة. فـما هـو معدل الفائدة المحسوب.

9) شركة أسيل مدانة بالمبالغ التالية للبنك:
5000 دينار تستحق الدفع بعد سنتين.
7000 دينار تستحق الدفع بعد سنتين ونصف.
9000 دينار تستحق الدفع بعد ثلاثة سنوات.
11000 دينار تستحق الدفع بعد ثلاثة سنوات ونصف.
8000 دينار تستحق الدفع بعد خمس سنوات.

وقبل موعد استحقاق الدين الأول بستة شهور ذهبت إلى البنـك وسـددت جميـع المبالغ المستحقة عليها، فإذا أعطاها البنك خصم بمعدل 8% سنوياً. فما هو المبلغ الذي دفعته للبنك.

10) تاجر عليه الكمبيالات التالية:
12000 دينار تستحق بتاريخ 2009./4/2
15000 دينار تستحق بتاريخ 2009./5/5
13000 دينار تستحق بتاريخ 2009/7/8.
أراد استبدالها بكمبيالة تستحق الدفع بتـاريخ 2010/3/1 بمعـدل فائـدة بسـيطة 10% سنوياً. إحسب قيمة هذه الكمبيالة.

11) ثلاثة كمبيالات متساوية القيمة تستحق الأولى الدفع بعد 10 شهور والثانية بعـد 12 شهر والثالثـة بعـد 20 شـهر اسـتبدلت بـدين واحـدة قيمتـه (60000) دينـار تسـتحق الـدفع بعـد 15 شـهر بمعـدل فائـدة 8% سـنوياً. جـد قيمـة كـل مـن الكمبيالات الثلاثة.



الـفـائـدة الـمـركـبـة

Compound Interest

الفصل الخامس

الفائدة المركبـــــة

Compound Interest

الفصل الخامس
الفائدة المركبة
Compound Interest

القانون الأساسي للفائدة المركبة :

عند حسابنا للفائدة البسـيطة في البـاب الأول كـان حسـاب الفائـدة عـلى المبلـغ الأصلي فقط مهما كانت المدة الزمنية ولكـن إذا كانـت الفائـدة التـي تحسـب تضـاف إلى المبلغ الأصلي فإن حساب الفائـدة في هـذه الحالـة تسـمى الفائـدة المركبـة حيـث تضـاف الفائدة في كل سنة إلى المبلغ الأصلي ويصبح المبلغ مع الفائدة هو المبلغ الأصـلي في السـنة التي تليها، فإذا استثمرنا مبلغ β_o بمعدل فائدة r لمدة سنة واحدة فإن المبلغ الناتج يسمى β_1 وفي السنة الثانية β_2 وهكذا وبالتالي فإن

جملة المبلغ في السنة الأولى

$$\beta_1 = \beta_o \ (1 + r)$$

جملة المبلغ في السنة الثانية

$$\beta_2 = \beta_1 \ (1 + r)$$

بالتعويض بدل β_1

$$= \beta_o (1 + r) (1 + r) = \beta_o (1 + r)^2$$

بالتعويض بدل β_2

$$\beta_3 = \beta_2 \ (1 + r) = \beta_o \ (1 + r)^2 (1 + r)$$
$$= \beta_o \ (1 + r)^3$$

$$\beta_4 = \beta_3 (1 + r) = \beta_o (1 + r)^3 (1 + r)$$
$$= \beta_o \ (1 + r)^4$$
$$\Rightarrow \quad = \beta_5 = \beta_o \ (1 + r)^5$$

وبالاستمرار هكذا فإن جملة المبلغ بعد (t) سنة هو:

$$\beta_n = \beta_o \ (1 + r)^t$$

يسمى المقدار $(1 + r)^t$ جملة وحدة النقد الواحدة لمدة (t) سنة وهذه القيمة تعطى في نهاية الكتاب الملحق (1).

مثال:-

جد جملة مبلغ (3000) دينار مستثمر لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة مركبة 6% سنوياً.

الحل:-

نجد جملة المبلغ بطريقتين إما بالآلة الحاسبة كالآتي:

$$\beta_o = 3000 \quad , \quad r = 6\% \quad , \quad t = 5$$

$$\beta_n = (3000)\ (1 + 0.06)^5$$
$$= 3000 \ * \ 1.32823$$
$$= 4014.69$$

أما عن طريق الجدول فنجد القيمة المقابلة للعدد 5 والنسبة 6% وهي (1.33820) وبالتالي فإن

$$\beta_n = (3000)\ (1.3382)$$
$$= 4014.6$$

مثال:-

إحسب جملة مبلغ (2000) دينار مستثمر لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة 4.5% لكل نصف سنة.

الحل:-

$$\beta_o = 2000 \ , \ r = 4.5\% \ , \ t = 3 \ * \ 2 = 6$$

لأن معدل الفائدة نصف سنوي فإن معدل الفائدة يحسب إلى عدد الفترات الزمنية بضرب عدد السنوات في (2).

من ملحق (1) $\therefore\ \beta_n = (2000)\ (1 + 0.045)^6$

$= (2000)\ (1.3023)$

$= 2604.6$

مثال:-

إذا كانت جملة مبلغ مستثمر بمعدل فائدة 8% سنوياً لمدة 6 سنوات هي (7141.05) فما هو أصل المبلغ؟

الحل:-

$\beta_n = 7141.05\ ,\ r = 0.08\ ,\ t = 6\ ,\ \beta_o = ??$

$\beta_n = \beta_o\ (1 + r)^t$

$7141.05 = \beta_o\ (1 + 0.08)^6 = \beta_o\ (1.08)^6$

نجد القيمة $(1.08)^6$ من ملحق رقم (1) وهي (1.5869)

$\therefore\ 7141.05 = \beta_o\ (1.5869)$

$$\frac{7141.05}{1.5869} = \beta_o \frac{(1.5869)}{1.5869}$$

$\therefore\ \beta_o = 4500$

مثال:-

إذا استثمر مبلغ (5000) دينار لمدة 4 سنوات وكان جملة المبلغ هو (7058) دينار. إحسب معدل الفائدة المركبة.

الحل:-

نجد الحل بطريقتين:-

أولاً عن طريق اللوغارتمات

$$\beta_n = \beta_o (1 + r)^t$$

$$7058 = (5000)(1 + r)^4$$

$$\frac{7058}{5000} = (1 + r)^4$$

$$\Rightarrow (1 + r)^4 = 1.4116$$

نأخذ اللوغارتم الطبيعي للطرفين

$$Ln (1 + r)^4 = Ln (1.4116)$$

$$4 Ln (1 + r) = 0.34472$$

$$Ln (1 + r) = \frac{0.34472}{4} = 0.08618$$

نأخذ معكوس اللوغارتم للطرفين أي الأس (e)

$$e^{In (1 + r)} = e^{0.08618}$$

$$1 + r = 1.09$$

$$\therefore = 1.09 - 1 = 0.09$$

$$\therefore r = 9\%$$

ويمكن الحل بطريقة أخرى عن طريق جداول الفائدة المركبة

$$\beta_n = \beta_o (1 + r)^t$$

$$7058 = (5000)(1 + r)^4$$

$$(1 + r)^4 = \frac{7058}{5000} = 1.5116$$

نبحث في الملحق رقم (1) مقابل (4) عن الرقم 1.4116 ونرى مـا يقابلـه في صـف النسـبة فتكون

$$r = 9\%$$

مثال:-

ما هي المدة الزمنية التي إذا استثمر فيها مبلغ (12000) دينار بمعدل فائدة مركبـة 5.5% سنوياً يصبح (18416.4) دينار.

الحل:-

$$\beta_n = 18416.4 \ , \ \beta_o = 12000 \ , \ r = 5.5\% \ , t = ??$$

$$\beta_n = \beta_o \ (1 + r)^t$$

$$18416.4 = (12000) \ (1 + 0.055)^t$$

$$(1.55)^t = \frac{18416.4}{12000} = 1.5347$$

نجد هذه القيمة من ملحق رقم (1) فإن :

$$t = 8$$

في بعض الأحيان تكون القيم ليست ضمن جداول الفائدة المركبة وبالتالي نجده عن طريق اللوغارتمات كما في الأمثلة التالية:

مثال:-

إذا استثمر مبلغ (9000) دينار لمدة 6 سنوات فكان جملة المبلغ هي (13058.4). إحسب معدل الفائدة.

الحل:-

$$\beta_n = 13058.5 , \quad \beta_o = 9000 \; , \; t = 6 \; , \; r = ??$$

$$\beta_n = \beta_o \; (1 + r)^t$$

$$13058.5 = (9000) \; (1 + r)^6$$

$$(1 + r)^6 = \frac{13058.4}{9000} = 1.4509$$

لكن هذه القيمة غير موجودة في الملحق رقم (1) وبالتالي نجدها عن اللوغارتمات حيث

$$\text{Ln} \; (1 + r)^6 = \text{Ln} \; (1.4509)$$

$$(6) \; \text{Ln} \; (1 + r) = 0.37218$$

$$\text{Ln} \; (1 + r) = \frac{0.37218}{6} = 0.06203$$

$$1 + r = e^{0.06203} = 1.064$$

$$\therefore \; r = 1.064 - 1 = 0.064$$

$$r = 6.4\%$$

مثال:-

استثمر مبلغ (20000) دينار بمعدل فائدة مركبة 9.5% فكانت جملة المبلغ هي (28108) دينار. إحسب مدة الاستثمار.

الحل:-

$$\beta_n = 28108 , \quad \beta_o = 20000 \ , \ r = 9.5\% \ , \ t = ??$$

$$\beta_n = \beta_o \ (1 + r)^t$$

$$28108 = (20000) \ (1 + 0.095)^t$$

$$(1.095)^t = \frac{28108}{20000} = 1.4504$$

وهذه القيمة غير موجودة في ملحق (1). لذا نجدها عن طريق اللوغارتمات حيث

$$Ln \ (1.095)^t = Ln \ (1.4054)$$

$$t \ Ln \ (1.095) = Ln \ (1.4054)$$

$$t \ (0.09075) = 0.34032$$

$$\therefore t = \frac{0.34032}{0.09075} = 3.75$$

∴ تكون المدة هي (3) سنوات و (0.75 * 12 = 9 شهور)

مثال:-

استثمر مبلغ (7000) دينار بمعدل فائدة 6.25% لمدة معينة فكان جملـة المبلـغ في نهايـة المدة (9195.5). إحسب مدة الاستثمار.

الحل:-

المعدل 6.25% غير موجود بالجدول وبالتالي سنجد القيمة عن طريق اللوغارتمات.

$$\beta_n = \beta_o \ (1 + r)^t$$

$$9195.5 = (7000) \ (1 + 0.0625)^t$$

$$(1.0625)^t = \frac{9195.5}{7000} = 1.31364$$

$$t \ Ln \ (1.0625) = Ln \ 1.31364$$

$$t \ (0.06062) = 0.2728$$

$$\therefore \ t = \frac{0.2728}{0.06062} = 4.5$$

∴ مدة الاستثمار هي أربع سنوات وستة أشهر.

معدل الفائدة الاسمي ومعدل الفائدة الحقيقي = t

في بعض الأحيان تعطى الفائدة على جزء من السنة وبالتالي حتى نستطيع استخدام القانون يجب تحويل الفائدة إلى سنوية وتسمى معدل الفائدة السنوي معدل الفائدة الاسمي أما معدل الفائدة الجزء سنوي فإنه يسمى معدل الفائدة الحقيقي. والعلاقة بين الفائدة الاسمية I والفائدة الحقيقية I_t هي:

$$I_t = \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1$$

حيث n = تمثل عدد الفترات الزمنية في السنة الواحدة.

مثال:-

جد معدل الفائدة الحقيقي إذا كان معدل الفائدة الاسمي 11% والفائدة تضاف كل أربعة شهور.

الحل:

$r = 11\%$

$n = 3$

$$I_t = \left(1+\frac{0.11}{3}\right)^3 - 1$$

$$= 0.114 = 11.4\%$$

أما جملة المبلغ بمعدل الفائدة الحقيقي فإنه

$$\beta_n = \beta_o\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$$

مثال:-

أودع شخص مبلغ (12000) دينار لمدة 5 سنوات في بنـك بمعـدل فائـدة 8% سـنوياً. فـإذا كانت الفائدة تضاف كل ربع سنة. إحسب معدل الفائدة الحقيقي وجملة المبلغ في نهايـة المدة.

الحل:-

$I_t = ?? \quad , \quad r = 8\% \quad , \quad n = 4.$

$$I_t = \left(1+\frac{0.08}{4}\right)^3 - 1 = 0.824 = 8.24\%$$

4

$$\beta_n = \beta_o \left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$$

$$= 12000 \left(1+\frac{0.08}{4}\right)^{4*5}$$

$$= 17831.37$$

مثال:-

ما هو معدل الفائدة الاسمي إذا كان معدل الفائدة الحقيقي الذي يضاف كل شهرين هو (9.34%).

الحل:-

$$I_t = \left(1+\frac{r}{n}\right)^n - 1$$

$$0.0943 = \left(1+\frac{r}{6}\right)^6 - 1$$

$$\Rightarrow \left(1+\frac{r}{6}\right)^6 = 1.0934$$

نستخدم اللوغارتمات بأخذ اللوغارتم للطرفين

$$\text{Ln} \left(1+\frac{r}{6}\right)^6 = \text{Ln}\ (1.0934)$$

$$6 \ \text{Ln} \left(1+\frac{r}{6}\right) = 0.08933$$

$$\text{Ln} \left(1+\frac{r}{6}\right) = \frac{0.08933}{6} = 0.01489$$

$$1 + \frac{r}{6} = e^{0.01489} = 1.015$$

$$\therefore \frac{r}{6} = 1.015 - 1 = 0.015$$

$$r = 0.015 * 6$$

$$= 0.09$$

$$\therefore\ r = 9\%$$

مثال:-

تاجر مرابي يقرض التجار مبالغ معينة ويتقاضى خمسة قروش شهرياً عن كل دينار. فما هو معدل الفائدة السنوي الذي يأخذه هذا التاجر.

الحل:-

إن معدل الفائدة الحقيقي الذي يأخذه هذا التاجر هو 5% شهرياً.

$$\therefore\ I_t = 5\%\ ,\ n = 12,\ \ r = ??$$

$$I_t = \left(1+\frac{r}{n}\right)^n - 1$$

$$0.05 = \left(1+\frac{r}{12}\right)^{12} - 1$$

$$\left(1+\frac{r}{12}\right)^{12} = 1.05$$

$$\text{Ln}\left(1+\frac{r}{12}\right)^{12} = \text{Ln}\ 1.05$$

$$12\ \text{Ln}\left(1+\frac{r}{12}\right) = 0.04879$$

$$\text{In}\left(1+\frac{r}{12}\right)=\frac{0.04879}{12}$$

$$I_n\left(1+\frac{r}{12}\right) = 0.004066$$

$$1+\frac{r}{12} = e^{0.004066}$$

$$1+\frac{r}{12} = 1.00457$$

$$\frac{r}{12} = 1.00407 - 1$$

$$= 0.00407$$

$$r = 0.00407 * 12$$

$$= 0.0489$$

$$\therefore r = 4.89\%$$

تمارين

1) إحسب جملة مبلغ (4000) دينار مستثمر لمدة 10 سـنوات بمعـدل فائـدة مركبـة 8% سنوياً.

2) إحسب جملة مبلغ (8000) دينار مستثمر لمدة 7 سنوات بمعدل فائـدة مركبـة 6.25% سنوياً.

3) إذا استثمر مبلغ من المـال بفائـدة مركبـة معـدلها 6% سـنوياً. وأصـبح جملتـه بعـد 9 سنوات (4223.7) دينار فما هو أصل المبلغ.

4) إذا استثمر مبلغ (5000) دينار لمدة 6 سنوات بفائدة مركبة فإن الناتج يكون (7716.5) دينار. فما هو معدل الفائدة.

5) استثمر مبلغ 800 دينار بمعدل فائدة مركبة 5% سنوياً فـإن المبلـغ النـاتج (972.405)، جد الفترة الزمنية.

6) إذا استثمر مبلغ (3000) دينار لمدة 8 سنوات بمعدل فائدة مركبـة ثلـث سـنوية 1.5% فجد جملة المبلغ في نهاية المدة.

7) استثمر مبلغ (2000) دينار لمدة معينة وبمعدل فائدة 10% سنوية فكانت جملة المبلغ (2998.81) دينار. إحسب المدة الزمنية للاستثمار.

8) إحسب معدل الفائدة الحقيقي إذا كان معدل الفائدة الاسمي 8% سنوياً تضاف الفائدة كل شهرين.

9) إحسب معدل الفائدة الاسمي إذا كان معدل الفائدة الحقيقي 8.24% سنوياً تضاف كل ثلاثة شهور.

10) مرابي يقرض المال مقابل 8 قروش عن كل دينار شهرياً إحسب معدل الفائدة السنوي الذي يأخذه المرابي. واذا اقترض منه شخص مبلغ 300 دينار لمدة 8 شهور فما هو المبلغ الذي سيسدده .

11) يودع شخص مبلغ (10000) دينار لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة سنوية 8% تضاف الفائدة كل أربعة شهور. إحسب معدل الفائدة الحقيقي وجملة المبلغ.

الفصل السادس

الدفعات المتساوية المنتظمة

Annuities

الفصل السادس
الدفعات المتساوية المنتظمة
Annuities

الدفعات العادية :

تطرقنا في الفصل السابق إلى جملة مبلغ معين بفائدة مركبـة لمـدة زمنيـة معينـة، لكن ماذا لو كان هناك شخص يودع مـثلاً مبـالغ متسـاوية وعـلى فـترات زمنيـة متسـاوية فكيف سنجد جملة هذه الدفعات، ويمكن أن تكـون هـذه الـدفعات عاديـة أي تـدفع في نهاية الفترة الزمنية أو فورية تدفع في بداية الفترة الزمنية والآن لنبدأ بالـدفعات العاديـة، وجملة المبالغ = جملة المبلغ الأول + جملة المبلغ الثاني + ...الخ .

فإذا افترضنا أن هذه الدفعات تدفع كل سنة ولمدة t سنة فإن مدة استثمار الدفعة الأولى = t – 1 ومدة استثمار الدفعة الأخيرة سيكون صفر وذلك لأن الدفعات عادية فإنها تدفع في نهاية السنة الأولى. ولحساب مدة استثمارها نطـرح مـن المـدة (1) وهـي السـنة الأولى لتصبح مدة الاستثمار t-1 . أما الدفعة الأخيرة فهي تدفع في نهاية السنة الأخيرة وبالتالي لا يكون هناك مدة استثمار لها وتكون مدة استثمارها (o) وجملة كل هذه المبالغ تكون.

$$P_n = \beta_o \ (1 + r)^{t-1} + \beta_o \ (1 + r)^{t-2} + \ldots.. + \beta_o \ (1 + r)^o$$

ولنأخذ β_o عامل مشترك فإن

$$P_n = \beta_o \ [(1 + r)^{t-1} + \ldots + 1]$$

وبعكس الحدود داخل الأقواس تصبح

$$P_n = \beta_o \ [1 + (1 + r) + \ldots + (1 + r)^{t-1}]$$

وهي تشكل مجموع متتالية هندسية حيث

الحد الأول $(a_1 = 1)$ والأساس $[d = (1+r)]$ ومجموع المتتالية الهندسية هو

$$S = \frac{a_1\left(d^n - 1\right)}{d - 1}$$

$$S = \frac{(1)\left[(1+r)^t - 1\right]}{(1+r) - 1} = \frac{(1+r)^t - 1}{r}$$

$$\therefore P_n = \beta_o \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right]$$

وبما أن أصل β_o هو دفعة فإننا سنستبدل الرمز بـ P.

$$\therefore P_n = P \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right]$$

حيث P = مقدار الدفعة
r = معدل الفائدة
t = الزمن

والمقدار $\left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right]$ يمكن إيجاده بطريقتين إما عن طريق الآلة الحاسبة أو عن طريق جدول جملة الدفعات ملحق رقم (3).

مثال:-

يودع رجل مبلغ (750) دينار سنوياً بمعدل فائدة 4.5% سـنوياً لمـدة سـتة سـنوات، أوجـد جملة المبلغ.

الحل:-

$$P = 750 \ , \ r = 4.5\% \ , \ t = 6$$

$$\therefore P_n = P \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right]$$

$$= 750\left[\frac{(1+0.045)^6 - 1}{0.045}\right]$$

نجد من جدول رقم (3) القيمة المقابلة للـرقم (6) وتحـت معـدل الفائـدة 4.5% فتكـون (6.7169)

$$\therefore P_n = 750 * 6.7169$$

$$= 5037.675$$

أما عن طريق الآلة الحاسبة فتكون

$$P = (750) \left(\frac{1.30226 - 1}{0.045}\right)$$

$$= 750 \left(\frac{0.30226}{0.045}\right)$$

$$= 750 * 6.7169$$

$$= 5037.675$$

مثال:-

إذا أراد شخص شراء شقة بعد 10 سنوات من الآن فإذا كان ثمن الشقة (40000) دينار ولن يتغير خلال هذه المدة. فإذا كان يودع مبلغ (3000) دينار نهاية كل سنة فهل يستطيع شراء الشقة بعد 10 سنوات إذا كان البنك يعطيه فائدة مركبة معدلها 7% سنوياً.

الحل:-

نحسب جملة الدفعات في نهاية العشر سنوات فإذا كانت جملة المبلغ أكبر من أو يساوي (40000) فإنه يستطيع شراء الشقة وإلا فلا يستطيع.

$$P_n = P\left[\frac{(1+r)^t-1}{r}\right]$$

$$= (3000)\left[\frac{(1+0.07)^{10}-1}{0.07}\right]$$

$$= 3000 * 13.816$$

$$\therefore P_n = 41448$$

بما أن المبلغ أكبر من (40000) فإن هذا الشخص يستطيع شراء الشقة.

مثال:-

إذا أراد شخص شراء سيارة ثمنها (25000) دينار بعد خمس سنوات. فكم يجب أن يودع كل نهاية السنة في البنك إذا كان البنك يعطيه معدل فائدة مركبة 8% سنوياً حتى يستطيع شراء السيارة.

الحل:-

$P_n = 25000$, $r = 0.08$, $t = 5$, $P = ??$

$$25000 = P\left[\frac{(1+0.08)^5-1}{0.08}\right]$$

$$= P \ (5.8666)$$

$$\therefore \quad P = \frac{25000}{5.8666} = 4261.41$$

∴ يجب أن يودع على الأقل (4261.41) نهاية كل سنة حتى يستطيع شراء السيارة.

مثال:-

ما هي المدة الزمنية اللازمة لاستثمار مبلغ (2000) دينـار نهايـة كـل سـنة بمعـدل فائـدة (6.5%) سنوياً ليصبح 39000 دينار.

الحل:-

$P_n = 39000 \ , \ r = 6.5\% \ , \ P = 2000 \ , \ t = ??$

$$P_n = \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right]$$

$$39000 = 2000 \left[\frac{(1+0.065)^t - 1}{0.065}\right]$$

$$\left[\frac{(1+0.065)^t - 1}{0.065}\right] = \frac{39000}{2000} = 19.6$$

إذا أردنا حلها عن طريق الجدول نبحث عن الرقم (19.5) مقابل معدل الفائـدة فنجـد أن $t = 13$

أما الطريقة الأخرى في الحل فهي عن طريق اللوغارتمات كالآتي

$$\left[\frac{(1+0.065)^t-1}{0.065}\right] = 19.5$$

$$\Rightarrow\ (1+0.065)^t = (19.5)\ (0.065) + 1$$

$$= 2.2675$$

نأخذ اللوغارتم للطرفين

$$\text{Ln}\ (1.065)^t = \text{Ln}\ (2\ .2675)$$

$$t\ (\ \text{Ln}\ (1.065) = \text{Ln}\ (2.2675)$$

$$\therefore\ t = \frac{In(2.2675)}{In(1.06)} = \frac{0.818677903}{0.062974799}$$

$$\therefore\ t = 13$$

مثال:-

ما هو معدل الفائدة المستخدم إذا استثمر مبلغ (300) لمدة 7 سنوات فأصبح (2802.78).

الحل:-

$P_n = 2802.78\ ,\ t = 7\ ,\ P = 300\ ,\ r = ??$

$$P_n = P\ \left[\frac{(1+r)^t-1}{r}\right]$$

$$2802.78 = 300\ \left[\frac{(1+r)^7-1}{r}\right]$$

$$\left[\frac{(1+r)^7-1}{r}\right] = \frac{2802.78}{300}\ \ 9.3426$$

من الجدول نبحث عن القيمة (9.3426) مقابل الرقم 7 فنجد أن معدل الفائدة هو
$r = 9.5\%$

الدفعات الفورية:

نستخدم نفس الطريقة ولكن تكون مدة اسـتثمار الدفعـة الأولى $(1 + r)^t$ وحـده استثمار الدفعة الأخيرة (1+r). وبالتالي فإن جملة الدفعات هي.

$$P_n = P\ [\ (1 + r)^t + (1 + r)^t + \ldots + (1 + r)\ ]$$

يأخذ (1+r) عامل مشترك فإن

$$P_n = P\ [\ (1 + r)^{t-1} + (1 + r)^{t-2} + \ldots + 1]\ (t + r)$$

وبتطبيق قانون جملة الدفعات العادية فإن جملة المبلغ تصبح

$$P_n = P \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right](1 + t)$$

مثال:-

إحسب جملة مبلغ الدفعات فورية قيمة الدفعة (500) دينار لمـدة (10) سـنوات بمعـدل فائدة مركبة (6.5%) سنوياً.

الحل:-

$$P = 500\ ,\ r = 6.5\%\ ,\ t = 10$$

$$P_n = P \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right] (1 + t)$$

$$= (5000) \left[\frac{(1+0.065)^{10} - 1}{0.065}\right] (1 + 0.065)$$

$$= 7185.78$$

مثال:-

يودع شخص مبلغ 800 دينار بداية كل ستة شهور ولمدة 7 سنوات بمعدل فائدة مركبة 8% سنوياً. إحسب جملة هذه الدفعات.

الحل:-

نحول الفائدة أولاً إلى نصف سنوياً حيث تكون الفائدة النصف سنوية $\frac{\%8}{2} = \%4$.

أما بالنسبة للزمن فإننا نحول الزمن إلى نصف سنوي بحيث t = 7 * 2 = 14.

$$\therefore\ P_n = P\left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right](1 + r)$$

$$= (800)\left[\frac{(1+0.04)^{14} - 1}{0.04}\right](1 + 0.04)$$

$$= (800)\ (18.2919)\ (1.04)$$

$$= 15218.87$$

مثال:-

إذا كانت جملة دفعة تدفع بداية كل سنة مقدارها (3000) دينار هي (33689.55) بمعدل فائدة مركبة 7.5%. إحسب مدة الاستثمار.

الحل:-

$$P_n = P\left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right](1+r)$$

$$33689.55 = (3000) \left[\frac{(1+0.075)^t - 1}{0.075}\right](1 + 0.075)$$

$$\frac{33689.55}{3225} = \frac{(3225)}{3225}\left[\frac{(1.075)^t - 1}{0.075}\right]$$

$$\left[\frac{(1.075)^t - 1}{0.075}\right] = 10.446$$

نبحث عن هذه القيمة في ملحق رقم (3) مقابل معدل الفائدة 7.5% لتكون t = 8 .

مثال:-

يودع شخص مبلغ (400) دينار بداية كل شهرين ولمدة ثلاثة سنوات بمعدل فائـدة مركبـة 9% سنوياً. إحسب جملة المبلغ.

الحل:-

نحول الزمن إلى كل شهرين فتكون عدد الفترات الزمنية حيث t = 6 * 3 = 18

وتكون بمعدل فائدة مركبة كل شهرين هي $\frac{9\%}{6} = 1.5\%$

فتكون جملة المبلغ هي

$$P_n = (400) \left[\frac{(1+0.015)^{18} - 1}{0.015}\right] (1 + 0.015)$$

$$= 400 * 20.489 * 1.015$$

$$= 8318.53$$

تأجيل الدفعات:-

يقصد بتأجيل الدفعات الامتناع عن الدفع لمدة زمنية معينة لأي سبب كان.

مثال:-

يودع شخص مبلغ (2500) دينار في نهاية كل سنة لمدة 7 سنوات بمعدل فائدة مركبة 5.5%. إحسب جملة المبلغ بعد عشر سنوات.

الحل:-

نحسب أولاً جملة الدفعات لمدة 7 سنوات ثم جملة المبلغ لمدة ثلاثة سنوات.

$$P_n = P \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right]$$

$$= (2500) \left[\frac{(1+0.055)^7 - 1}{0.055}\right]$$

$$= 2500 * 8.267$$

$$= 20667.5$$

ثم نحسب جملة هذا المبلغ بمعدل فائدة مركبة لمدة 3 سنوات أي

$$\beta_n = \beta_o (1 + r)^t$$

$$= (20667.5) \ (1 + 0.055)^3$$

$$= 20667.5 * 1.1742$$

$$= 24267.78$$

نلاحظ هنا أن المبلغ β_o هو نفسه P_n وبالتالي يمكن كتابة قانون جملة المبلغ كالآتي.

$$\beta_n = P\left[\frac{(1+r)^{t_1}-1}{r}\right] \qquad (1+r)^{t_2}$$

حيث t_1 تمثل الفترة الزمنية الأولى التي يتم فيها دفع الدفعات
t_2 تمثل الفترة الزمنية الثانية أو فترة التوقف .

$$\therefore\ \beta_n = P\left[\frac{(1+r)^{t_1+t_2}-(1+r)^{t_2}}{r}\right]$$

$$= P\left[\frac{(1+r)^{t}-(1+r)^{t_2}}{r}\right]$$

حيث t تمثل الفترة الزمنية كاملة أي $(t = t_1 + t_2)$
أما بالنسبة للدفعات الفورية فإن جملة مبلغ الدفعات المودعة سيكون

$$\beta_n = \left[\frac{(1+r)^{t}-(1+r)^{t_2}}{r}\right](1+r)$$

مثال:-

بدأ رجل بإيداع مبلغ (2000) دينار في نهاية عام (2001) وفي نهاية عام (2006) توقف عن الدفع. إحسب جملة سيتجمع لدى هذا الرجل في نهاية عام 2010 إذا كان معدل الفائدة المركبة السنوي 7%.

الحل:-

هذه جملة دفعات عادية مؤجلة حيث

$t = 2010 - 2001 = 9$

$t_2 = 2010 - 2006 = 4$

$r = 7\%.$

$P = 2000$

$$\therefore \ \beta_n = (2000) \left[\frac{(1+0.07)^9 - (1+0.07)^4}{0.07} \right]$$

نجد القيم $(1.07)^9$ و $(1.07)^4$ من ملحق رقم (1) حيث

$$(1.07)^9 = 1.838$$

$$(1.07)^4 = 1.311$$

$$\therefore \ \beta_n = (2000) \left(\frac{1.838 - 1.311}{0.07} \right)$$

$$= 2000 * 7.5286$$

$$= 15057.2$$

مثال:-

يودع شخص مبلغ (1200) دينار بداية كل سنة لمدة 6 سنوات ثم توقف عن الدفع جد جملة المبلغ المتجمع لديه في نهاية السنة الثامنة. إذا كان معدل الفائدة المركبة الذي سيأخذه 12% سنوياً.

الحل:-

$t = 8 \; , \; t_2 = 2$

$$\therefore \beta_n = P \left[\frac{(1+0.12)^8 - (1+0.12)^2}{0.12} \right] (1 + 0.12)$$

$$= 1200 * 11.401$$

$$= 13681.2$$

مثال:-

قام سمير بإيداع مبلغ (1500) دينار في نهاية كل سنة لمدة معينـة ثـم توقـف عـن الـدفع فإذا تجمع مبلغ (22970) دينار بعد 15 سنة بمعدل فائـدة مركبـة 4.5%. فـما هـي مـدة الإيداع ومدة التوقف.

الحل:-

$t = 15 \qquad t_2 = ?? \qquad t_1 = ??$

$r = 4.5\% \qquad P = 1500$

$$\therefore \beta_n = (1500) \left[\frac{(1+0.045)^{15} - (1+0.045)^{t_2}}{0.045} \right]$$

$$22970 = 33333.33 \; [\; 1.9353 - (1.045)^{t_2} \;]$$

$$\frac{22970}{33333.33} = \frac{33333.33}{33333.33} \left[1.93528 - (1.045)^{t_2} \right]$$

$$0.6891 = 1.9353 - (1.045)^{t2}$$

$$(1.045)^{t2} = 1.9353 - 0.6891$$

$$= 1.2562$$

نبحث عن هـذه القيمـة مـن ملحـق رقـم (1) تحـت 4.5% فنجـد أن $t_2 = 5$ وهـي مـدة التوقف

مدة الإيداع $(10) = t_1 = t - t_2 = 15 - 5$

مثال :

بدأ مغترب بتحويل مبلغ (3000) دولار بداية كل سنة ولمدة 8 سنوات إلى حسابه في البنك العربي. ثم توقف عن الدفع لمدة أربع سنوات، ثم عـاود التحويـل بمبلـغ (5000) دولار في نهاية كل سنة ولمدة 5 سنوات. وعاد ليسـتقر في الأردن بعـد 20 سـنة مـن الاغـتراب فكـم يكون لديه في البنك اذا كان البنك يعطيه فائدة مركبة 8.5% سنوياً.

الحل:

نجد جملة كل مبلغ على حدة

المبلغ الأول : دفعة فورية

$P = 3000$, $r = 8.5\%$, $t_1 = 8$, $t_2 = 12$, $t = 20$

$$\therefore \beta_{n1} = (3000)\left[\frac{(1+0.085)^{20} - (1+0.085)^{12}}{0.085}\right](1 + 0.085)$$

$$= 3000 * 28.8278 * 1.085$$

$$= 93834.5 \ \$$$

المبلغ الثاني :

$P = 5000$, $r = 0.085$, $t_1 = 5$, $t_2 = 3$, $t = 8$

$$\therefore \beta_{n2} = (5000) \left[\frac{(1+0.085)^8 - (1+0.085)^3}{0.085} \right]$$

$$= 5000 * 7.5684$$

$$= 37842 \ \$$$

∴ يكون جملة ما تجمع لديه عند عودته

$$\beta_n = \beta_{n1} + \beta_{n2}$$

$$= 93834.5 + 37842$$

$$= 131676.5 \ \$$$

مثال :

اقترض تاجر من البنك مبلغ (80000) دينار لمـدة 10 سـنوات بمعـدل فائـدة مركبـة 9.5% سنوياً. ولتيسير الأمر على نفسه قرر ايداع مبلغ معين في بداية كل سنة في بنك آخر بمعدل فائدة مركبة 7% سنوياً. فما هو المبلغ الذي يجب أن يودعه ليتجمع لديـه في نهايـة المـدة قيمة القرض.

الحل :

يجب أن يكون جملة القرض = جملة الدفعات وبالتالي فإن

$$\beta_n = P_n$$

$$\beta_o (1+r)^t = P \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r} \right] (1+r)$$

$$(80000)\ (1 + 0.095)^{10} = P \left[\frac{(1+0.07)^{10} - 1}{0.07} \right] (1 + 0.07)$$

$$198256 = P\ (14.7836)$$

$$\therefore\ P = \frac{198256}{14.7836} = 13410.54$$

تمارين

1) يودع شخص مبلغ (8000) دينار في نهاية كـل سـنة بمعـدل فائـدة مركبـة 35% سـنوياً ولمدة 5 سنوات إحسب جملة المبلغ في نهاية المدة.

2) يودع شخص في بنك مبلغ (2000) دينـار نهايـة كـل سـنة ولمـدة (10) سـنوات بمعـدل فائدة 4% سنوياً فإذا كان البنك يقرض المبلـغ نفسـه إلى شـخص آخـر بمعـدل فائـدة (6.5%) سنوياً، فما هي الفائدة التي سيجنيها البنك من ذلك.

3) أراد شخص أن يكون لديه مبلغ (20000) ألف دينار في البنك بعد 6 سـنوات مـن الآن فإذا كان البنك يعطيه فائدة مركبة معدلها 5% سنوياً. فما هو المبلـغ الـذي يجـب أن يدفعه في نهاية كل سنة من الآن.

4) إذا كان مراد يودع مبلغ (4000) دينار في نهاية كل سنة بمعدل فائدة مركبة 3% سنوياً. بعد كم سنة سيتجمع لديه مبلغ (56768) دينار.

5) يودع رجل مبلغ (1000) دينار سنوياً ولمدة 8 سنوات فإذا كان ما تجمع لديه في نهايـة المدة (9721.6) دينار فما هو معدل الفائدة المستخدم.

6) ما هي جملة دفعة (3500) دينار لمدة أربع سنوات تدفع في بدايـة كـل سـنة وبمعـدل فائدة مركبة (6.25%) سنوياً.

7) ما هي جملة دفعة شهرية المدة أربع سنوات مقدارها (200) دينار بمعدل فائدة سنوية 6%.

8) إذا كانت سعاد تودع مبلغ (600) في بداية كل سنة بمعدل فائدة مركبة 7.5% سنوياً بعد كم سنة سيتجمع لديها مبلغ (27931.725) دينار.

9) يودع شخص مبلغ (800) دينار نهاية كل سنة لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 5.5% سنوياً، إحسب جملة المبلغ بعد 16 سنة.

10) يودع شخص مبلغ (1800) دينار بداية كل سنة وبعد 6 سنوات توقف عن الدفع لمدة 4 سنوات ثم بدأ يودع مبلغ (1600) دينار لمدة 5 سنوات أخرى ثم توقف عن الدفع لمدة 5 سنوات، جد جملة ما يتجمع لديه في نهاية المدة إذا كان معدل الفائدة المستخدم 8% سنوياً.

11) أراد شخص أن يوفر لأبنه البالغ ستة سنوات مبلغ (20000) دينار عندما يصبح عمره 18 سنة ولكنه لا يستطيع الدفع سوى (8) دفعات فكم سيكون مقدار الدفعة إذا كان البنك سيعطيه معدل فائدة 4% سنوياً.

12) يودع عمر مبلغ (1250) دينار نهاية كل سنة بمعدل فائدة مركبة (6.5%) وبعد أن دفع عدة دفعات توقف وبعد 12 سنة تجمع لديه مبلغ (1620442) دينار فما هي مدة الإيداع ومدة التوقف.

الفصل السابع

القيمــة الحاليــة

Present Value

الفصل السابع
القيمة الحالية
Present value

تعرف القيمـة الحاليـة بأنهـا القيمـة المسـاوية لسلسـلة مـن التـدفقات النقديـة المستقبلية في الوقت الحاضر ويتم حسابها عن طريق خصم التدفقات المسـتقبلية بمعـدل خصم محدد.

وسـنتعرف في هـذا الفصـل عـلى القيمـة الحاليـة لجملـة مبلـغ والقيمـة الحاليـة لدفعات سواءً كانت عادية أم فورية.

القيمة الحالية لجملة مبلغ:-

لنأخذ قانون جملة مبلغ حيث

$$\beta_n = \beta_o\ (1 + r)t$$

$$\Rightarrow\ \beta_o = \frac{\beta_n}{(1+r)^t}$$

حيث :

جملة المبلغ = β_n

أصل المبلغ = β_o

والآن نستبدلها بـ $Fv\ (\beta_n)\ ,\ Pv\ (\beta_o)$

يصبح القانون السابق

$$Pv = \frac{Fv}{(1+r)^t}$$

وهذا قانون القيمة الحالية لجملة مبلغ حيث

القيمة الحالية $Pv = \text{Present value}$

القيمة المستقبلية (الاسمية) $Fv = \text{Future value}$

معدل الفائدة (معدل الخصم) $r = \text{rate}$

مثال:-

كمبيالة تستحق الدفع بعد 3 سنوات قيمتها (10000) دينار خصمت بمعدل خصم 8% سنوياً. فما هي قيمتها الحالية.

الحل:

$Fv = 10000$

$r = 8\% = 0.08$

$t = 3$

$$\therefore Pv = \frac{FV}{(1+r)^t}$$

$$= \frac{10000}{(1+0.08)^3}$$

$$= 7938$$

ويمكن إيجاد المقدار $\frac{1}{(1+r)^t}$ من ملحق رقم (2) في الجداول حيث

$$\frac{1}{(1+0.08)^3} = 0.7938$$

$$\therefore pv = 10000 * 0.7938 = 7938$$

مثال:-

أراد تاجر خصم الكمبيالات الثلاثة التالية بمعدل خصم 7% سنوياً.

الأولى 8000 دينار تستحق الدفع بعد 4 سنوات.

الثانية 6000 دينار تستحق الدفع بعد 5 سنوات.

الثالثة 5000 دينار تستحق الدفع بعد 6 سنوات.
إحسب القيمة الحالية للكمبيالات الثلاثة معاً.

الحل:-

نحسب القيمة الحالية لكل كمبيالة على حدة

الأولى

$$PV_1 = \frac{8000}{(1+0.07)^4} = 8000 * \frac{1}{(1+0.07)^4}$$

من الجدول (ملحق 2)

$= 8000 \quad * \quad 0.7629$

$= 6103.2$

الكمبيالة الثانية

$$\mathrm{PV}_2 \quad = \quad \frac{6000}{(1+0.07)^5} = 6000\left(\frac{1}{(1+0.07)^5}\right)$$

من ملحق رقم (2)

$= 6000 \quad * \quad 0.7130$

$= 4278$

الكمبيالة الثالثة

$$\mathrm{PV}_3 \quad = \frac{5000}{(1+0.07)^6} = 5000\left(\frac{1}{(1+0.07)^6}\right)$$

من ملحق رقم (2)

$= 5000 \quad * \quad 0.6663$

$= 3331.5$

$$\therefore\ PV = PV_1 + PV_2 + PV_3$$

$$= 6103.2 + 4278 + 3331.5$$

$$= 13712.7$$

مثال:-

رجل مدين بمبلغ 8000 دينار تستحق بعد 4 سنوات وأراد سدادها فما هو مبلغ الخصم الذي يستحقه عن المبلغ إذا كان معدل الخصم المركب 6% سنوياً.

الحل:-

الخصم = القيمة الاسمية – القيمة الحالية

أي

$$D = FV - PV$$

$$FV = 8000$$

ونجد PV من العلاقة:

$$PV = FV \left[\frac{1}{(1+r)^t} \right]$$

$$= 8000 \left[\frac{1}{(1+0.06)^4} \right]$$

$$= 8000 * 0.7921$$

$$= 6336.8$$

$$\therefore\ D = 8000 - 633.8$$

$$= 1663.2$$

ويمكن اختصار القانون والتطبيق عليه كالآتي:

$$D = Fv - Fv\left(\frac{1}{(1+r)^t}\right)$$

$$= Fv\left[1-\frac{1}{(1+r)^t}\right]$$

$$= 8000\left[1-\frac{1}{(1+0.06)^4}\right]$$

= 8000 * (1 – 0.7921)

= 8000 * 0.2079

= 1663.2

مثال:-

كمبيالة تستحق الدفع بعد 5 سنوات خصمت بمعدل خصم 4.5% سنوياً فكانت قيمتها الحالية (6018.75)، فما هي قيمتها الاسمية.

الحل:-

PV = 6018.75 , r = 4.5% , t = 5 , FV = ??

$$PV = FV\left[\frac{1}{(1+r)^t}\right]$$

$$6018.75 = FV\left[\frac{1}{(1+0.045)^5}\right]$$

= FV (0.8025)

$$\therefore\ FV = \frac{6018.75}{0.8025}$$

$$= 7500$$

مثال:-

دين قيمته الاسمية (15000) دينار خصم بمعدل خصم 8% سنوياً. إحسب الفترة الزمنية للدين إذا كانت القيمة الحالية له (6948) دينار.

الحل:-

PV = 6948 , FV = 15000 , r = 8% , t = ??

$$6948 = 15000\left[\frac{1}{(1+0.08)^t}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(1+0.08)^t} = \frac{6948}{15000} = 0.4632$$

هناك طريقتان لإيجاد t :

الأولى عن طريق الجداول: نبحث في ملحق رقم (2) عن القيمة (0.4632) مقابل معدل فائدة (0.08) فنجد أن 10 = t.

الطريقة الثانية : عن طريق اللوغارتمات حيث

$$(1 + 0.8)^t = \frac{1}{0.4632} = 2.1589$$

$$\text{In } (1.08)^t = \text{In } (2.1589)$$

$$t \text{ In } (1.08) = \text{In } (2.1589)$$

$$\Rightarrow t = \frac{In(2.1589)}{In(1.08)}$$

$$= 9.9998$$

$$\therefore t = 10$$

مثال:-

كمبيالة قيمتها الاسمية (4000) دينار تستحق الدفع بعد 6 سنوات خصـمت لـدى البنـك فكانت قيمتها الحالية (2800.8)، فما هو معدل الخصم المحسوب.

الحل:-

$$Pv = 2900.8 \quad , \quad Fv = 4000 \quad , t = 6 \ , r = ??$$

$$2900.8 = 4000 \left[\frac{1}{(1+r)^6}\right]$$

$$\frac{1}{(1+r)^6} = \frac{2900.8}{4000}$$

$$= 0.7252$$

من جداول الفائدة المركبة ملحق رقم (2) نجد قيمة $r = 5.5\%$

مثال:-

شركة مدينة بالمبالغ التالية للبنك.

4000 دينار تستحق بعد ثلاثة سنوات.

6000 دينار تستحق بعد أربع سنوات.

x دينار تستحق بعد خمس سنوات.

فإذا أرادت الشركة دفع هذه المبالغ الآن فإن البنك يمنحها خصم معدلـه 5% سـنوياً، فـإذا كانت القيمة الحالية لهذه المبالغ هي (9958.4) فإن القيمة الاسمية للمبلغ الثالث هي:-

الحل:-

نجد القيمة الحالية لكل مبلغ من المبلغ حيث

1- القيمة الحالية للمبلغ الأول:

$$PV_1 = 4000 \left[\frac{1}{(1+0.05)^3}\right]$$

$$= 4000 * 0.8638$$

$$= 3455.2$$

القيمة الحالية للمبلغ الثاني:

$$PV_2 = 6000 \left[\frac{1}{(1+0.05)^4}\right]$$

$$= 6000 * 0.8227$$

$$= 4936.2$$

القيمة الحالية للمبلغ الثالث:

$$PV_3 = x \left[\frac{1}{(1+0.05)^5}\right]$$

$$= 0.7835x$$

القيمة الحالية للمبالغ الثلاث هي:

$$3455.2 + 4936.2 + 0.7835x = 9958.4$$

$$8391.4 + 0.7835x = 9958.4$$

$$0.7835x = 1567$$

$$\therefore x = \frac{1567}{0.7835}$$

$$= 2000$$

مثال:-

رجل مدين بالكمبيالات الثلاثة التالية:

8000 دينار تستحق الدفع بعد أربع سنوات.

10000 دينار تستحق الدفع بعد خمس سنوات.

22000 دينار تستحق الدفع بعد ستة سنوات.

اذا اراد هذا الرجل استبدال هذه الكمبيالات بكمبيالة واحدة تستحق الـدفع بعـد سـنتين من الآن بمعدل خصم 7% سنوياً.

الحل:-

يكون زمن الكمبيالات الثلاثة على التوالي هو 2، 3، 4 ونحسب القيمة الحالية للكمبيـالات الثلاثة وفقاً للزمن الجديد حيث:

القيمة الحالية للكمبيالة الأولى :

Fv = 8000 , t = 2 , r = 0.07

$$\therefore \ Pv_1 = 8000 * \left[\frac{1}{(1+0.07)^2}\right]$$

$$= 8000 * 0.8734$$

$$= 6987.2$$

القيمة الحالية للكمبيالة الثانية :

Fv = 10000 , t = 3 , r = 0.07

$$\therefore \ Pv_2 = 10000 * \left[\frac{1}{(1+0.07)^3}\right]$$

$$= 10000 * 0.8163$$

$$= 8163$$

القيمة الحالية للكمبيالة الثالثة :

Fv = 22000 , t = 4 , r = 0.07

$$\therefore\ Pv_3 = 220000 * \left[\frac{1}{(1+0.07)^2}\right]$$

$$= 220000 * 0.7624$$

$$= 16783.8$$

وتكون قيمة الكمبيالة الجديدة حاصل جمع الكمبيالات الثلاثة .

$$Pv = Pv_1 + Pv_2 + Pv_3$$

$$= 6978.2 + 8163 + 16783.8$$

$$= 31934$$

مثال :

اذا كانت القيمة الحالية للكمبيالة قيمتها الاسمية (50000) دينار هي (36070) لمدة خمس سنوات إحسب معدل الخصم r ؟

الحل:

Pv = 36070 , Fv = 50000 , t = 5 , r = ??

نطبق قانون القيمة الحالية

$$Pv = Fv\ \frac{1}{(1+r)^t}$$

$$36070 = 50000\ \frac{1}{(1+r)^5}$$

$$\therefore\ \frac{1}{(1+r)^5} = \frac{36070}{50000} = 0.7214$$

ولايجاد قيمة r نبحث في ملحق رقم (2) عن القيمة 0.7214 مقابل القيمـة (5) ولكـن لا نجدها وبالتالي فإن الفائـدة ليسـت ضـمن قـيم الفائـدة الموجـودة ونجـدها عـن طريـق اللوغارتمات حيث:

$$\frac{1}{(1+r)^5} = 0.7214$$

$$\Rightarrow \quad (1+r)^5 = 1.386194$$

$$\text{In } (1+r)^5 = \text{In } (1.386194)$$

$$5\text{In } (1+r) = 0.32656$$

$$\text{In } (1+r) = \frac{0.32656}{5}$$

$$= 0.06531$$

$$\text{In } (1+r) = 0.06531$$

$$\therefore \quad 1+r = e^{0.06531}$$

$$1+r = 1.0675$$

$$r = 1.0675 - 1$$

$$= 0.0675$$

$$\therefore \quad r = 6.75\%$$

القيمة الحالية للدفعات المتساوية المنتظمة

القيمة الحالية للدفعة العادية:-

القيمة الحالية للدفعات = القيمة الحالية للدفعة الأولى + الثانية + ...

$$PV_n = PV_1 + PV_2 + PV_3 + ... + PV_t$$

$$= P \left[\frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^2} + ... + \frac{1}{(1+r)^t} \right]$$

يشكل المقدار

$$\left[\frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^2} + ... + \frac{1}{(1+r)^t} \right]$$

متسلسلة هندسـية حـدها الأول $\frac{1}{1+r}$ وأساسـها $\frac{1}{1+r}$ وبتطبيـق ذلـك عـلى قـانون مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية يكون

$$PV_n = P \left[\frac{\frac{1}{1+r}\left(\frac{1}{(1+r)^t} - 1\right)}{\frac{1}{1+r} - 1} \right]$$

وبتبسيط المقدار يصبح بشكله النهائي:

$$PV_n = P \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r(1+r)^t} \right]$$

حيث

القيمة الحالية للدفعات = Pv_n

مقدار الدفعة الواحدة = P

معدل الخصم = r

المدة الزمنية = t

مثال:-

إحسب القيمة الحالية لخمس دفعات سنوية منتظمة تدفع في نهاية كـل سـنة قيمـة كـل منها (4000) دينار بمعدل خصم 7.5% سنوياً.

الحل:- بتطبيق القانون تكون

$$PV_n = P\left[\frac{(1+r)^t - 1}{r(1+r)^t}\right]$$

$$P = 4000$$
$$r = 7.5\%$$
$$t = 5$$

$$\therefore \; PV_n = 4000 \left[\frac{(1+0.075)^5 - 1}{(0.075)(1+0.075)^5}\right]$$

$$= 4000 * \left[\frac{0.435629}{0.107672}\right]$$

$$= 4000 * 4.0459$$

$$= 16183.6$$

يمكن ايجـاد القيمـة $\left[\frac{(1+0.075)^5 - 1}{(0.075)(1+0.075)^5}\right]$ مـن ملحـق رقـم 4 تحـت النسـبة 7.5% ومقابل القيمة 5 لتكون 4.0459 .

مثال:-

إحسب القيمة الحالية لدفعات عادية نصف سـنوية مقـدار الدفعـة (500) دينـار لمـدة 5 سنوات إذا كان معدل الفائدة السنوية 13%.

الحل:-

نحول المدة الزمنية إلى نصف سنوية = 5 * 2 = 10

وأيضاً معدل الفائدة إلى نصف سنوي = $\frac{13\%}{2} = 6.5\%$

والآن نجد القيمة الحالية بمعدل الفائدة الجديد والزمن الجديد.

$$PV_n = 500 \left[\frac{(1+0.065)^{10} - 1}{(0.065)(1_+0.065)^{10}} \right]$$

ومن ملحق رقم (4) نجد القيمة حيث

$$PV_n = 500 * 7.1888$$

$$= 3594.4$$

مثال:-

اشترى رجل شقة دفع من ثمنها 20% والباقي على أقساط سنوية متساوية لمدة عشر سنوات قيمة القسط الواحد (4500) دينار بمعدل فائدة سنوية 6%. فما هو السعر النقدي للشقة.

الحل:-

$$P = 4500 = t = 10 \;,\; r = 6\%$$

$$PV_n = 4500 \left[\frac{(1+0.06)^{10} - 1}{(0.06)(1+0.06)} \right]$$

$$= 4500 * 7.3601$$

$$= 33120.45$$

وهذا المبلغ يشكل 80% من سعر الشقة.

∴ سعر الشقة = $\frac{33120.45}{0.80}$ = 41400.5 دينار.

مثال:-

إذا كانت القيمة الحالية لثمانية دفعات قيمة الواحدة منهـا (3000) دينـار هـو (16300) دينار فما معدل الفائدة.

الحل:-

$PV_n = 16300 \quad , \quad P = 3000 \quad , t = 8 \quad , \quad r = ??$

$$PV = P\left[\frac{(1+r)^t - 1}{r(1+r)^t}\right]$$

$$16300 = 3000 \left[\frac{(1+r)^8 - 1}{r(1+r)^8}\right]$$

$$\left[\frac{(1+r)^8 - 1}{r(1+r)^8}\right] = \frac{16300}{3000} = 5.4333$$

فتكون قيمة r من ملحق رقم (4) هي $r = 9.5\%$

القيمة الحالية للدفعات الفورية:-

سنرمز للقيمة الحالية في حالة الدفعات الفورية بالرمز PV_i حيث

$$PV_i = P \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r(1+r)^t}\right] (1+r)$$

أي أن

$$PV_i = PV_n \quad (1 + r)$$

وليس هناك جداول مخصصة للدفعات الفورية ولذلك سنعتمد على جداول الدفعات العادية في إيجادها.

مثال:

ما هي القيمة الحالية لـ (13) دفعة قيمة الواحدة منها (2000) دينار بمعدل فائدة 5% سنوياً.

الحل:

$$P = 2000 \quad , \quad t = 13 \quad , \quad r = 0.05$$

$$PV_i = P \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r(1+r)^t} \right] \quad (1 + r)$$

$$= 2000 \left[\frac{(1+0.05)^{13} - 1}{(0.05)(1+0.05)^{13}} \right]$$

$$= 2000 * 9.3936 * 1.05$$

$$= 19726.56$$

مثال:-

أراد رجل تأمين دراسة ولده في الخارج لمدة 5 سنوات فاتفق مع بنك على تحويل مبلغ (8000) دينار بداية كل. فكم يجب أن يضع في البنك إذا كان البنك يمنحه معدل فائدة مركبة 7% سنوياً.

الحل:-

$$P = 8000 \quad , \quad t = 5 \quad , \quad r = 0.07$$

$$PV = 800 \left[\frac{(1+0.07)^5 - 1}{(0.07)(1+0.07)^5} \right] (1 + 0.05)$$

$$= 8000 * 4.1002 * 1.05$$

$$= 34441.68$$

مثال:-

اشترى رجل شقة ودفع من ثمنها 15 ألـف دينـار واتفـق مـع البنـك عـلى أن يـدفع مبلـغ (2000) دينار في بداية ومنتصف كل سـنة بمعـدل فائـدة مركبـة سـنوي 6% ولمـدة عشرـ سنوات. إحسب القيمة النقدية للشقة.

الحل:-

معدل الفائدة النصف سنوية = $\frac{0.06}{2} = 0.03$

أما المدة الزمنية فتصبح $10 \times 2 = 20$

$$\therefore PV_i = 2000 \left[\frac{(1+0.03)^{20} - 1}{(0.03)(1+0.03)^{20}} \right] (1 + 0.03)$$

$$= 2000 * 14.8775 * 1.03$$

$$= 30647.65$$

$\therefore$ يكون ثمن الشقة هو = 30647.65 + 15000

= 45647.65 دينار

مثال :-

إذا كانت القيمة الحالية لمبلغ دفعة (5000) دينار تدفع بداية كل سنة بمعدل فائدة مركبة 7% هي (42493.445). إحسب عدد الدفعات.

الحل:-

$$P = 5000 \quad , \quad r = 0.07 \quad , \quad PVi = 42493.445$$

$$t = ??$$

$$PV_i = P \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r(1+r)^t} \right] (1 + r)$$

$$42493.445 = (5000) \left[\frac{(1+0.07)^t - 1}{(0.07)(1+0.07)^t} \right] (1+0.07)$$

$$\left[\frac{(1+0.07)^t - 1}{(0.07)(1+0.07)^t} \right] = \frac{42493.445}{5000 * 1.07}$$

$$= 7.9427$$

من ملحق رقم (4) نجد أن $\therefore\ t = 12$

مثال:

اذا كانت القيمة الحالية لدفعات عادية عددها (5) هي (6000) دينار وجملة الدفعات الفورية لنفس الدفعة وبنفس المدة هي (4477.292) دينار . إحسب معدل الفائدة المحسوب.

الحل:

جملة الدفعات الفورية هي

$$Pn = P\left[\frac{\left((1+r)^t - 1\right)}{r}\right] (1+r)$$

أما القيمة الحالية للدفعات العادية فهي:

$$Pv_n = P\left[\frac{(1+r)^t - 1}{r(1+r)^t}\right]$$

نقسم جملة الدفعات الفورية على القيمة الحالية للدفعات العادية فتكون

$$\frac{Pn}{Pv_n} = \frac{P\left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right](1+r)}{P\left[\frac{(1+r)^t - 1}{r(1+r)^t}\right]}$$

$$= \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right](1+r).\frac{r(1+r)^t}{(1+r)^t - 1}$$

$$= (1+r)^{t+1}$$

وبتطبيق ذلك على المثال تكون

$$\frac{6000}{4477.292} = (1+r)^{5+1}$$

$$1.34 = (1+r)^6$$

نأخذ اللوغارتم للطرفين

$$\text{In } (1+r)^6 = \text{In } (1.34)$$

$$6 \ \text{In } (1+r) = 0.2927$$

$\therefore$ In (1+r) = 0.04879

$1+r = e^{0.03879} = 1.05$

$\therefore$ r = 1.05 – 1 = 0.05

= 5%

تمارين

1) إحسب القيمة الحالية لكمبيالة قيمتها الاسمية (8200) دينـار تسـتحق الـدفع بعـد 4 سنوات. إذا كان معدل الخصم 7% سنوياً.

2) خصم تاجر الكمبيالتان التاليتان لدى البنك العربي بمعدل خصم 6% سنوياً.
6500 دينار تستحق الدفع بعد سنتين.
8500 دينار تستحق الدفع بعد 4 سنوات.
إحسب الخصم الذي استحقته الكمبيالتان وما هي قيمتها الحالية.

3) دين يستحق الدفع بعد 10 سنوات من الآن خصم بمعدل خصـم 3.5% سـنوياً فكانـت قيمته الحالية (5671.2) إحسب القيمة الاسمية للدين.

4) كمبيالة قيمتها الاسمية (30000) دينار تستحق الدفع بعد 5 سنوات إذا كانت قيمتهـا الحالية (24657). إحسب معدل الخصم.

5) تاجر مدين بالمبالغ التالية:-
50000 دينار تستحق بعد سنة ونصف.
60000 دينار تستحق بعد ثلاثة سنوات.
× تستحق بعد أربع سنوات خصمت لدى بنك القاهرة عـمان بمعـدل خصـم 8% سنوياً فكانت قيمتها الحالية هي (121578) دينار. إحسب قيمة المبلغ الثالث.

6) شركة مدينة بالمبالغ التالية للبنك.
70000 دينار تستحق الدفع بعد 3 سنوات.
80000 دينار تستحق الدفع بعد 5 سنوات.
50000 دينار تستحق الدفع بعد 8 سنوات.
أراد صاحب الشركة عمل تسوية مع البنك بحيث يدفع الآن مبلغ (60000) دينار والباقي على كمبيالتان الثانية ضعف الأولى، تستحق الأولى بعد 4 سنوات والثانية بعد ستة سنوات بمعدل فائدة 6.5% سنوياً. إحسب قيمة الكمبيالتان.

7) ما هي القيمة الحالية لعشرة دفعات تدفع نهاية كل أربع شهور قيمة الواحدة منها (3000) دينار، إذا كان معدل الخصم 12% سنوياً.

8) اشترى شخص شقة ودفع من ثمنها 25% من سعرها والباقي على أقساط سنوية لمدة 15 سنة تدفع نهاية كل سنة قيمة كل منها (4500) دينار. إحسب القيمة الحالية إذا كان معدل الفائدة المحسوب 8.25%.

9) إذا كانت القيمة الحالية لخمسة عشرة دفعة قيمة كل واحدة منها (4000) دينار هو: (38844.8) دينار. إحسب معدل الفائدة المحسوب.

10) إحسب القيمة الحالية لسبعة دفعات فورية قيمة الواحدة منها (6000) دينار بمعدل خصم 4.5% سنوية.

11) يريد شخص أن يقبض مبلغ (5500) دينار بداية ومنتصف كل سنة على مدار ست سنوات فإذا كان معدل الفائدة المحسوب 8% سنوياً فما هي القيمة التي يجب أن يدفعها الآن.

12) اقترض شخص مبلغ (25000) ألف دينار بمعدل فائـدة مركبـة 11% سـنوياً فـإذا كـان يدفع في بداية كل سنة مبلغ (3825) دينار. إحسب مدة القرض.

13) اذا كانت جملة دفعات عادية عدد (12) دفعة هي (25000) دينار والقيمـة الحاليـة الفورية لنفس الدفعات وبنفس المدة هي (12500) فما هو معدل الفائدة المحسوب.

الفصل الثامن

تسوية الديون واستبدالها

Debt Settlement and the Replacement of Dept

الفصل الثامن

تسوية الديون واستبدالها

Debt Settlement and the Replacement of Dept

يقسم هذا الفصل إلى قسمين الأول ويتعلق باستبدال الديون وهناك ثلاثة طرق لاستبدال الديون.

1- استبدال الديون بدين أو أكثر تاريخ استحقاقه قبل تواريخ استحقاق كل الديون وهذا يمثل القيمة الحالية.
2- استبدال الديون بدين أو أكثر تاريخ استحقاقه بعد تواريخ استحقاق جميع الديون وهذا يمثل جملة المبلغ.
3- استبدال الديون بدين أو أكثر تاريخ استحقاقه بين تواريخ استحقاق جميع الديون وهنا نستخدم العلاقتين القيمة الحالية وجملة المبلغ.

أما سداد أو تسوية الديون أو استهلال القروض طويلة الأجل فهي أيضاً تتم على طرق خمسة.

1- سداد القرض والفوائد معاً في نهاية المدة.
2- سداد القرض في نهاية المدة والفوائد بشكل دوري.
3- سداد القرض والفوائد معاً بشكل دوري على دفعات متساوية.
4- تسديد القرض بدفع أقساط متساوية من الأصل مع دفع الفوائد على الرصيد المتبقي بصورة دورية.
5- طريقة الاحتياطي المستثمر (صندوق الأمان).

بداية نتطرق إلى استبدال الديون والطريقة الأولى:

1- استبدال الديون بدين أو أكثر تاريخ استحقاق قبل تواريخ استحقاق جميع الديون (القيمة الحالية).

في هذه الحالة يعتبر الدين الجديد هو القيمة الحالية للديون القديمة والمثال التالي يوضح ذلك.

مثال:-

شخص مدين بالكمبيالات التالية:-

2000 دينار تستحق السداد بعد ثلاثة سنوات.

3000 دينار تستحق السداد بعد أربع سنوات.

8000 دينار تستحق السداد بعد خمس سنوات.

7000 دينار تستحق السداد بعد 6 سنوات.

أراد استبدال هذه الديون بدين واحد يستحق الدفع بعد سنتان من الآن بمعدل خصم مركب 6% سنوياً.

الحل:-

نحسب القيمة لكل دين من هذه الديون الأربعة بتاريخ الدين الجديد.

نستخدم علاقة القيمة الحالية وهي

$$PV = FV \left[\frac{1}{(1+r)^t} \right]$$

الدين الأول

$$FV = 2000 \quad , \quad r = 0.06 \quad , \quad t = 1$$

$$\therefore\ PV_1 = 2000 * \left[\frac{1}{(1+0.06)^1}\right]$$

من ملحق رقم (2)

$$= 2000 * 0.9434$$

$$= 1886.8$$

الدين الثاني

FV = 3000 , r = 0.06 , t = 2

$$PV_2 = 3000 * \left[\frac{1}{(1+0.06)^2}\right]$$

$$= 3000 * 0.8900$$

$$= 2670$$

الدين الثالث

FV = 8000 , r = 0.06 , t = 3

$$\therefore\ PV_3 = 8000 * \left[\frac{1}{(1+0.06)^3}\right]$$

$$= 8000 * 0.8396$$

$$= 6716.8$$

الدين الرابع

FV = 7000 , r = 0.06 , t = 4

$$\therefore\ PV_3 = 7000 * \left[\frac{1}{(1+0.06)^4}\right]$$

$$= 7000 * 0.7921$$

$$= 5544.7$$

تكون قيمة الكمبيالة الجديدة هي القيمة الحالية لجميع هذه الكمبيالات.

$$\therefore\ PV = PV_1 + PV_2 + PV_3 + PV_4$$

$$= 1886.8 + 2670 + 6716.8 + 5544.7$$

$$= 16818.3$$

2- استبدال الديون بدين أو أكثر تاريخ استحقاق بعد تواريخ استحقاق جميع الديون (جملة المبلغ).

مثال:

مراد مدين بالقروض التالية للبنك الأردني الكويتي :

7000 دينار تستحق الدفع بعد سنة من الآن.

9000 دينار تستحق الدفع بعد ثلاثة سنوات من الآن.

ذهب إلى البنك لاستبدال هذه الديون بدين واحد يستحق الدفع بعد 5 سنوات من الآن بمعدل فائدة 11% سنوياً.

إحسب قيمة الدين الجديد.

الحل:

نحسب جملة المبلغ للدينيين وتكون قيمة الدين الجديد مجموع هذين الدينين.

القرض الأول:

$$\beta_o = 7000\ ,\ t = 4\ ,\ r = 11\%$$

$$\beta_{n1} = \beta_o (1+r)^t$$
$$= 7000\ (1+0.4)^4$$
$$= 7000 * 1.5181$$
$$= 10626.7$$

القرض الثاني:

$\beta_o = 9000 \;,\; t = 2 \;,\; r = 11\%$

$$\beta_{n2} = \beta_o (1+r)^t$$
$$= 9000 * (1+0.11)^2$$
$$= 9000 * 1.2321$$
$$= 11088.9$$

وتكون قيمة الدين الجديد هي مجموع هذين الدينين

$$\beta_n = \beta_{n1} + \beta_{n2}$$
$$= 10626.7 + 11088.9 = 21715.6$$

مثال:-

تاجر مدين بالمبالغ التالية:-

10000 دينار تستحق بعد سنة من الآن.

15000 دينار تستحق بعد سنتان من الآن.

25000 دينار تستحق بعد ثلاثة سنوات من الآن.

وقبل استحقاق الدين الأول بستة شهور ذهب إلى البنك لاستبدال هذه الديون بدينين الأول ضعف الثاني يستحق الأول بعد ثلاثة سنوات ونصف والثاني بعد أربع سنوات ونصف من الآن بفائدة مركبة معدلها 9.5% سنوياً.

إحسب قيمة كل من الدينين.

الحل:-

نحسب أولاً القيمة الحالية لهذه الديون معاً ثم نحسب القيمة الإجمالية للديون الجديدة حيث تكون العلاقة:

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة.

الدين الأول

FV = 10000 , r = 0.095 , t = 0.5

$$\therefore PV_1 = 10000 * \left[\frac{1}{(1+0.095)^{0.5}}\right]$$

= 10000 * 0.9556

= 9556

الدين الثاني

FV = 15000 , r = 0.095 , t = 1.5

$$\therefore PV_2 = 15000 * \left[\frac{1}{(1.095)^{1.5}}\right]$$

= 15000 * 0.8727

= 13090.5

الدين الثالث

FV = 25000 , r = 0.095 , t = 2.5

$$\therefore PV_3 = 25000 * \left[\frac{1}{(1.095)^{2.5}}\right]$$

= 25000 * 0.797

= 19925

∴ تكون القيمة الحالية لهذه المبالغ الثلاثة هي :

$$PV = 9556 + 13090.5 + 19925$$

$$= 42571.5$$

وهذه القيمة هي القيمة الحالية للدينين جديـدين الأول (×2) والثـاني (×) يسـتحق الأول بعد ثلاثة سنوات من تاريخ التسوية والثاني بعد أربع سنوات.

$$PV = 2x \left[\frac{1}{(1+0.095)^3}\right] + x \left[\frac{1}{(1+0.095)^4}\right]$$

$$42571.5 = 2x \quad (0.7617) \quad + \quad x \quad (0.6956)$$

$$= 2.219\ x$$

$$\therefore\ x = \frac{42571.5}{2.219}$$

$$= 19185$$

∴ قيمة الدين الثاني هي: 19185 دينار
أما الدين الأول قيمته = 19185 * 2 = 8370 دينار.

3- استبدال الديون بدين أو أكثر يستحق الدفع بين تواريخ استحقاق هذه الديون.
في هذه الحالة الديون التي تكون تواريخها قبل تاريخ استحقاق الـدين الجديـد نسـتخدم فيها علاقة جملة المبلغ. أمـا الـديون التـي تكـون تواريخهـا بعـد تـاريخ اسـتحقاق الـدين الجديد فتستخدم علاقة القيمة الحالية.

مثال:-

شركة السعيد للأجهزة الكهربائية مدينة بالمبالغ التالية للبنك.

20000 دينار تستحق الدفع في نهاية عام 2004.

40000 دينار تستحق الدفع في نهاية عام 2008.

40000 دينار تستحق الدفع في نهاية عام 2009.

استبدلت هذه الديون بدين واحد يستحق الدفع بداية عام 2007 بمعدل فائدة 7.5% سنوياً.

الحل:-

يكون الدين الجديد هو جملة المبلغ الأول والقيمة الحالية للدينين الثاني والثالث أي

$$\beta_n = \beta_{n1} + Pv_1 + Pv_2$$

$$= \beta o_1 (1+r)^{t1} + Fv_2 \frac{1}{(1+r)^{t2}} + Fv_3 \frac{1}{(1+r)^{t3}}$$

حيث

$$\beta_{o1} = 20000 \quad , \quad t_1 = 2 \quad , \quad r = 0.075$$

$$FV_2 = 40000 \quad , \quad t_2 = 2$$

$$FV_3 = 40000 \quad , \quad t_3 = 3$$

$$\therefore \beta_n = 20000 * (1 + 0.75)^2 + 40000 * \frac{1}{(1+0.075)^2}$$

$$+ 40000 * \frac{1}{(1+0.075)^3}$$

$$= 20000 * 1.1556 + 40000 * 0.8653 + 40000 * 0.8050$$

$$= 23112 + 34612 + 32200$$

$$\beta_n = 89924$$

∴ قيمة الدين الجديد هي: 89924 دينار

تسوية (سداد) الديون:

1- سداد القرض والفوائد معاً في نهاية المدة (جملة المبلغ).

مثال:-

اقترض رجل من البنك مبلغ 50000 دينار لمدة ستة سنوات على أن يسدد القرض والفوائد معاً في نهاية المدة بمعدل فائدة 8.5% سنوياً. إحسب جملة المبلغ.

الحل:-

$$\beta_n = \beta_o \ (1 + r)^t$$

$$\beta_o = 50000$$

$$r = 8.5\%$$

$$t = 6$$

$$\therefore \ \beta_n = 50000 \ (1 + 0.085)^6$$

$$= 50000 * 1.6315$$

$$= 81575$$

2- سداد القرض في نهاية المدة والفوائد على دفعات متساوية

في هذه الطريقة نحسب الفائدة كما في الفائدة البسيطة أي نحسب الفائدة على أنها:

$$I = \beta_o * r * t$$

وغالباً ما تكون t سنة واحدة.

مثال:-

اقترض سمير مبلغ (12000) دينار لمدة خمس سنوات لتساعده في تجارته واتفق مع البنك على سداد القرض في نهاية المدة والفوائد على دفعات نصف سنوية بمعدل فائدة 15% سنوياً. أحسب

1) مقدار الدفعة الواحدة.
2) مقدار الدفعة الأخيرة.

الحل:-

نحسب الفائدة كما في القانون

$$I = \beta_o * r * t$$

$$= 12000 * \frac{15}{100} * \frac{6}{12}$$

$$= 900$$

∴ تكون مقدار الدفعة الواحدة 900 دينار.

أما الدفعة الأخيرة فهي:

12000 + 900 = 12900 دينار.

3- سداد القرض والفوائد معاً على أقساط متساوية.

نستخدم هنا القاعدة التالية:-

القيمة الحالية للقرض = القيمة الحالية للأقساط

وهذه القاعدة تستخدم كثيراً في البيع بالتقسيط.

$$\beta_o = P \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r(1+r)^t} \right]$$

ولحساب قيمة القسط الواحد يكون

$$P = \beta_o \left[\frac{r(1+r)^t}{(1+r)^t - 1} \right]$$

مثال:-

اقترض شخص مبلغ 20000 دينار لمدة 15 سنة بمعدل فائدة 8.5% سنوياً واتفق مع البنك على سداد القرض والفوائد معاً على أقساط سنوية متساوية. إحسب قيمة القسط الواحد.

$$\beta_o = 20000 \quad , \quad r = 0.085 \quad , \quad t = 15$$

$$\therefore P = \beta_o \left[\frac{r(1+r)^t}{(1+r)^t - 1} \right]$$

$$P = 20000 \ * \left[\frac{(0.085)(1+0.085)^{15}}{(1+0.085)^{15} - 1} \right]$$

$$= 20000 \ * \ \frac{0.289}{2.4}$$

$$= 2408$$

ويمكن تصميم جـدول اسـتهلاك للقـرض يبـين رصـيد القـرض في بدايـة المـدة βoj وقيمـة الفائدة المستحق Ij وقيمة القسط المتساوي P والمستهلك مـن أصـل القـرض Xj والرصـيد المتبقي من أصل القرض في نهاية المدة βnj وطريقة حسابها تكون

$$\beta o_{j+1} = \beta n_j$$

βo_{j+1} رصيد القرض في بداية الفترة الزمنيـة = الرصـيد المتبقـي في نهايـة الفـترة الزمنيـة السابقة.

$$Ij = \beta o_j * r * t_i$$

حيث في ti تمثل الفترة الزمنية الواحدة

$$P = \beta o * \left[\frac{r(1+r)^t}{(1+r)^t - 1}\right]$$

حيث تكون P ثابتة لكل السنوات .

$$X_j = P - I_j$$

$$\beta n_j = \beta o_j - X_j$$

وبتطبيق ذلك على المثال السابق يكون للسنة الأولى

$$\beta o_1 = 20000$$

$$I_1 = 20000 * 0.085 * 1$$

$$= 1700$$

$$P = 2408.6$$

$$X_1 = 2408.6 - 1700$$

$$= 708.6$$

$$\beta n_1 = 20000 - 708.6$$

$$= 19291.4$$

وبتطبيق ذلك على باقي السنوات ووضعها في الجدول التالي

رصيد نهاية المدة βn_j	المستهلك من القرض X_j	القسط المتساوي P	الفائدة المستحقة I_j	رصيد أول المدة βoj	الفترة الزمنية t_i
19291.4	708.6	2408.6	1700	20000	1
18522.57	768.83	2408.6	1639.77	19291.4	2
17688.39	834.18	2408.6	1574.42	18522.57	3
16783.3	905.09	2408.6	1503.51	17688.39	4
15801.28	982.02	2408.6	1426.58	16783.3	5
14735.74	1065.49	2408.6	1343.4	15801.28	6
13579.73	1156.06	2408.6	125254	14735.79	7
12325.41	1254.32	2408.6	1154.28	13579.73	8
10964.47	1360.94	2408.6	1047.66	12325.41	9
9487.85	1476.62	2408.6	931.98	10964.47	10
7885.72	1602.13	2408.6	806.47	9487.85	11
6147.4	1738.31	2408.6	670.29	7885.72	12
4261.33	1886.07	2408.6	522.53	6147.4	13
2214.94	2046.39	2408.6	362.21	4261.33	14
0	220.33	2408.6	188.27	2214.94	15

جدول استهلاك القرض

من خلال الجدول السابق نستطيع أن نجد الرصيد المتبقي للقرض في أي سنة من السنوات وما هي مقدار الفائدة المدفوعة في تلك السنة فمثلاً رصيد القرض في نهاية السنة السادسة هو (14735.74) دينار والفائدة المستحقة على القـرض في السـنة العـاشرة هـي (931.98) دينار وهكذا.

مثال:-

اقترض شخص مبلغ 8000 دينار بفائدة مركبة معدلها 9% سنوياً، واتفق مع الدائن على سداد القرض وفوائده على خمسة أقساط متساوية سنوية، تدفع نهاية كل سنة.

المطلوب:

1- حساب القسط المتساوي.

2- حساب مجموع الفوائد التي يدفعها المدين.

3- عمل جدول استهلاك القرض.

الحل:-

$\beta o = 8000 \quad , \quad r = 0.09 \quad , \quad t- 5$

$$P = 8000 \quad * \quad \left[\frac{0.09(1+0.09)^5}{(1+0.09)^5 - 1} \right]$$

$$= 8000 * \quad \frac{1}{3.8897}$$

$$= \quad 2056.71$$

2- مجموع الفوائد التي سيدفعها المدين = القسط السنوي × عدد السنوات – قيمة القرض الأصلية

أي :

$$I \quad = Px_n - \beta_o$$
$$= 2056.7 * 5 - 8000$$
$$= 2283.55$$

∴ مجموع الفوائد التي سيدفعها على القرض = 2283.55 دينار

3- جدول استهلاك القرض

t_i	βo_j	I_j	P	X_j	βn_j
1	8000	720	2056.71	1336.71	6663.29
2	6663.29	599.7	2056.71	1457.01	5206.28
3	5206.28	488.56	205671	1588.15	3618.13
4	3618.13	325.63	2056.71	1731.08	1887.05
5	1887.05	169.83	2056.71	1886.88	0

4- تسديد القرض يدفع أقساط متساوية من الأصل مع دفع الفوائد على الرصيد المتبقـي بصورة دورية

في هذه الطريقة نحسب قيمة القسط السنوي من الأصل حيث نقسم المبلـغ الأصـلي βo على الفترة الزمنية t فيكون مقدار القسط.

$$P = \frac{\beta_o}{t}$$

ونحسب الفائدة على الرصيد في بداية المدة الزمنية ونحسب الفائدة على كـل فـترة زمنيـة على حدة وبالتالي تكون الفائدة في هذه الحالة فائدة بسيطة حيث

$$I = \beta_t * r$$

حيث β_t تمثل الرصيد في بداية الفترة الزمنية لتكون جملة المبلغ المدفوع في كل فترة زمنية هو P + I .

أما الرصيد في أي فترة زمنية = الرصيد في الفترة السابقة – قيمة القسط

والمثال التالي يوضح هذه الفكرة.

مثال:-

اقترض شخص مبلغ (60000) دينار من بنك بمعدل فائدة سنوية 9.25% واتفق على سداد القرض على أقساط متساوية في نهاية كل سنة لمدة 15 سنة والفوائد بشكل دوري على الرصيد المتبقي.

المطلوب:-

1- إحسب القسط السنوي المتساوي.

2- قيمة الفائدة على السنة الأولى ومقدار ما يدفعه في السنة الثانية.

3- تنظيم جدول استهلاك القرض.

4- مجموع الفوائد المدفوعة على القرض.

الحل:-

1) القسط السنوي المتساوي:

$$P = \frac{\beta_o}{t} = \frac{60000}{15} = 4000$$

2) الفائدة على السنة الأولى =

$$I = 60000 * 0.09$$
$$= 5400$$

مقدار ما يدفعه في السنة الثانية = P +I حيث P=4000

$$I = 56000 * 0.09 = 5040$$

∴ مجمل ما يدفعه في السنة الثانية

= 4000 + 4050 = 9040 دينار

3- جدول استهلاك القرض

الزمن t	الرصيد في بداية المدة β_t	القسط السنوي الثابت P	الفائدة الدورية I	المبلغ المدفوع I + P
1	60000	4000	5400	9400
2	56000	4000	5040	9040
3	52000	4000	4680	8680
4	48000	4000	4320	8320
5	44000	4000	3960	7960
6	40000	4000	3600	7600
7	36000	4000	3240	7240
8	32000	4000	2880	6880
9	28000	4000	2520	6520
10	24000	4000	2160	6160
11	20000	4000	1800	5800
12	16000	4000	1440	5440
13	12000	4000	1080	5080
14	8000	4000	720	4720
15	4000	4000	360	4360
المجموع		6000	43200	103200

4) مجموع الفوائد المدفوعة على القرض هي مجموع العمود الرابع عمود I حيث

$$\sum I = 43200$$

مثال:-

اقترض تاجر من البنك مبلغ 120000 دينار بمعدل فائدة 8.5% واتفق مع البنك على سداد أصل القرض على ستة دفعات سنوية متساوية ودفع الفوائد على الرصيد المتبقي.

المطلوب:

1- حساب القسط السنوي الثابت.

2- عمل جدول استهلاك القرض.

3- حساب الفائدة المدفوعة في السنة الرابعة.

4- مجموع ما سيكون دفعه في نهاية السنة الثالثة.

5- مجموع الفوائد المدفوعة والمبالغ التي سيدفعها هذا التاجر لسداد هذه الديون.

الحل:-

1- القسط السنوي الثابت

$$P = 120000 \div 6 = 20000$$

2- جدول استهلاك القرض

مجموع ما سيدفعه D + t	الفائدة الدورية I	القسط الثابت P	رصيد بداية المدة βt	الزمن t
30200	10200	20000	120000	1
28500	8500	20000	100000	2
26800	6800	20000	80000	3
25100	5100	20000	60000	4
23400	3400	20000	40000	5
21700	1700	20000	20000	6
155700	35700	120000		المجموع

2- الفائدة المدفوعة في السنة الرابعة = 5100 دينار.

4- مجموع ما سيكون دفعه في نهاية السنة الثالثة = مجموع ما سـيدفعه في السـنة الأولى + الثانية + الثالثة

= 30200 + 2850 + 26800

= 85500 دينار

5- مجموع الفوائد المدفوعة = 35700

مجموع المبالغ التي سيدفعها سداداً لهذا القرض = 155700

مثال:-

أكمل جدول استهلاك القرض التالي

الزمن t	رصيد بداية المدة βt	القسط الثابت P	الفائدة الدورية I	مجموع ما سيدفعه P + t
1				
2				
3				
4				
5				
6				12920
7				
8				
المجموع		76000	41040	117040

الحل:-

قيمة القرض = مجموع القسط الثابت = 76000

القسط الثابت = مجموع الأقساط / عدد السنوات

$$= \frac{76000}{8} = 9500$$

أما الرصيد في بداية كل فقرة فإننا نطرح في كل مرة (9500) من الرصيد السابق ومن مجموع ما سيدفعه في السنة السادسة تكون الفائدة = مجموع ما سيدفعه – القسط الثابت

$$I = 12920 - 9500 = 4320$$

لكن

$$I = \beta_t * r$$

$$\therefore 3420 = 28500 * r$$

$$\therefore r = \frac{3420}{28500} = 0.12$$

$$\Rightarrow r = 12\%$$

والآن نستطيع إكمال جدول استهلاك القروض السابق فيكون الجدول معباً كالآتي:

الزمن t	رصيد بداية المدة βt	القسط الثابت P	الفائدة الدورية I	مجموع ما سيدفعه P + t
1	76000	9500	9120	18620
2	66500	9500	7980	17480
3	57000	9500	6840	16340
4	47500	9500	5700	15200
5	38000	9500	4560	14060
6	28500	9500	3420	12920
7	19000	9500	2280	11780
8	9500	9500	1140	10640
المجموع		76000	41040	117040

5- طريقة الاحتياطي المستثمر (صندوق الأمان)

في هذه الطريقة يقوم المدين بدفع الفوائد بصورة دورية وسداد القرض في نهاية المدة ولكن حتى لا يتراكم عليه المبلغ يقوم بإيداع مبلغ معين كل سنة في جهة مالية أخرى بفائدة مركبة حتى يستطيع سداد أصل القرض بحيث تكون جملة الدفعات = أصل القرض.

ولإيجاد قيمة القسط الواجب إيداعه تستخدم العلاقة

$$\beta_o = P \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r} \right]$$

وتكون قيمة القسط هي

$$P = \beta_o \left[\frac{r}{(1+r)^t - 1} \right]$$

مثال:-

اقترض شخص مبلغ 140000 دينار بمعدل فائدة 8.5% سنوية ولمدة 5 سنوات واتفق مع البنك على سداد أصل المبلغ في نهاية المدة والفوائد نهاية كل سنة، فإذا أراد إيداع مبلغ من المال في نهاية كل سنة ليجمع لديه مبلغ 140000 دينار في نهاية المدة بمعدل فائدة مركبة 9% سنوياً. إحسب قيمة القسط المستثمر وقيمة ما يتحمله المدين نهاية كل سنة.

الحل:-

$$\beta_o = 140000 \quad , \quad r = 9\% \quad , \quad t = 5$$

$$\therefore P = 140000 \left[\frac{0.09}{(1+0.09)^5 - 1}\right]$$

$$= 140000 * 0.1671$$

$$= 23394$$

مقدار القسط الذي سيوفره في صندوق الأمان هو 23394

أما الفائدة الدورية الواحدة فنحسبها عن كل سنة على حدة.

أي

$$I = \beta o * r * I$$

$$= 140000 * 0.09$$

$$= 12600$$

∴ مجموع ما سيتحمله في كل سنة هو = 23394 – 12600 = 35994

مثال:-

اقترض شخص مبلغ 80000 دينار بمعـدل فائـدة 8% سـنوياً ولمـدة عشرـ سـنوات عـلى أن تسدد الفوائد المستحق نهاية كل ستة أشهر، ثم أودع في نهايـة كـل سـنة مبلـغ مـن المـال بمعدل فائدة سنوية 7% ليتمكن من سداد القرض في نهاية المدة. إحسـب مقـدار القسـط المستثمر وجملة ما سيدفعه خلال السنة الواحدة.

الحل:-

القسط المستثمر

$$P = 80000 \left[\frac{0.07}{(1+0.07)^{10}-1}\right]$$

$$= 80000 * 0.0724$$

$$= 5792$$

مقدار الفائدة الدورية الواحدة (كل ستة أشهر)

$$I = 80000 * \frac{0.08}{2}$$

$$I = 80000 * 0.04$$

$$= 3200$$

∴ ما يتحمله في السنة هو

$$5792 + 2 * 3200 =$$

$$5792 + 6400 =$$

= 12192 دينار

تمارين

1) شخص مدين بالمبالغ التالية
50000 دينار تستحق بعد 4 سنوات
70000 دينار تستحق بعد 6 سنوات
أراد استبدال هذه الديون بدين يستحق الدفع بعد سنة من الآن بمعدل خصم مركب 5% سنوياً. إحسب قيمة هذا الدين.

2) تاجر مدين بكمبيالة قيمتها (180000) دينار تستحق الدفع بعد سنة من الآن أراد استبدالها بكمبيالتان متساويتان في القيمة الأولى تستحق بعد سنتان والثانية بعد ثلاثة سنوات بمعدل فائدة مركبة 11% سنوياً. إحسب قيمة كل من هاتين الكمبيالتين.

3) شخص مدين بالمبالغ التالية:-
7000 دينار تستحق الدفع بعد سنة.
19000 دينار تستحق الدفع بعد سنتين.
14000 دينار تستحق الدفع بعد أربع سنوات.
10000 دينار تستحق الدفع بعد خمس سنوات.
أراد استبدال هذه الديون بحيث يدفع الآن نصف ما عليه والباقي تحرر فيه كمبيالة تستحق الدفع بعد ثلاثة سنوات من الآن بمعدل فائدة مركبة 7.5% سنوياً. إحسب
أ- المبلغ الذي سيدفعه الآن.
ب- قيمة الكمبيالة الأخرى.

4) اقترض سلمان مبلغ (12000) دينار بمعدل فائدة مركبة 12.5% سنوياً ولمدة 8 سـنوات. إحسب جملة المبلغ في نهاية المدة.

5) اقترض مصطفى مبلغ (60000) دينار لمدة 12 سنة على أن يـدفع الفوائـد عـلى فـترات دورية متساوية كل ستة أشهر بمعـدل فائـدة سـنوية 6.5% والقـرض في نهايـة المـدة. إحسب قيمة القسط الواحد والقسط الأخير.

6) اقترضت شركة من البنك العربي مبلغ (90000) دينار لمدة سـتة سـنوات بمعـدل فائـدة مركبة 7.5% على أن يسدد القرض معاً على أقساط متساوية إحسب

1- قيمة القسط الواحد.

2- عمل جدول استهلاك للقرض.

3- رصيد الشركة المدين في نهاية العام الرابع من القرض.

7) اقترضت إزدهار مبلغ 25000 دينار من البنـك لشراء سـيارة بمعـدل فائـدة مركبـة 8% سنوياً وذلك لمدة 5 سنوات واتفقت مع البنك على سـداد أصـل القـرض عـلى أقسـاط متساوية والفائدة على الرصيد المتبقي. إحسب

أ- قيمة القسط الواحد.

ب- تصميم جدول استهلاك القرض.

ج- قيمة ما سيدفعه في نهاية السنة الثالثة.

8) اقترض تاجر مبلغ نصف مليون دينار بمعدل فائدة مركبة 6% سنوياً ولمـدة 10 سـنوات واتفق مع البنك على سداد أصل القرض في نهاية المدة والفوائد دورية نهائية كل سـنة فإذا أراد استثمار مبلغ من المال في نهاية كل سـنة بمعـدل فائـدة مركبـة 5.5% سـنوياً ليدفع في نهاية المدة أصل القرض، فما هو القسط المستثمر في هذه الحالة.

الفصل التاسع

السندات

BONDS

الفصل التاسع
السندات
Bonds

السندات هي أوراق مالية ذات قيمة معينة، وهي أحـد أوعيـة الاسـتثمار، وهـي ورقة تعلن عن أن مالك السند دائـن إلى جهـة المصـدر سـواءً كانـت شركـة عامـة أو جهـة حكومية وتقترض الشركات أو الحكومة عن طريق السندات لمـدة محـددة وبمعـدل فائـدة ثابت، ويمكن أن تستخدم السندات لتمويل مشـاريع وأنشـطة معينـة مثـل شراء معـدات كبيرة للشركة أو بناء مدرسة أو جامعة للحكومة.

وتحدد الفائدة على السند في قسـيمة السـند وتبقـى الفائـدة ثابتـة خـلال مـدة سريان السند وتتميز السندات بأنها قابلة للتداول وتباع بما يتناسب مع قيمة السند والمدة الباقية له وسعر الفائدة عليه.

أنواع السندات

1- السندات الدائمة :

هذا النوع من السندات ليس له مدة محددة فيعطى الفائدة على قيمة السند إلى مـا لا نهاية.

2- السندات صفرية الكوبون :

له فترة محددة ويتداول في الأسواق بالسعر السـائد والـذي يكـون عـادة بخصـم عـلى القيمة الاسمية ويسترد المسـتثمر القيمـة الاسـمية للسـند بتـاريخ اسـتحقاقه ويكـون معدل الفائدة ثابت.

3- السندات ذات معدل الفائدة المتحرك :

يكون ذا فترة محددة ويعطي فائدة مبدئية لفترة زمنية معينة على أن يعدل كل فترة حسب سعر الفائدة المعمول به في السوق.

4- السندات التي تعتمد على الدخل :

في هذا النوع من السندات تعتمد الفائدة على مقدار الأرباح المتحققة من المشروع وعادة تكون لفترة محددة مرتبطة بالمشروع المقام واذا لم يحقق المشروع أرباح في سنة فانها لا تستحق فائدة عليها.

5- السندات منخفضة الجودة (الرديئة)

يكون الاستثمار في هذا النوع من السندات محفوف بالمخاطر لانه يقوم على شراء حصة من رأس مال المشروع مما يترتب عليه زيادة كبيرة في الأموال المقترضة نسبة إلى رأس المال.

فترة استحقاق السند :

1- سندات قصيرة الأجل : وتكون فترتها أقل من 3 سنوات
2- سندات متوسطة الأجل : وتكون فترتها من 3 إلى 5 سنوات.
3- سندات طويلة الأجل : تكون فترتها اكثر من 5 سنوات.

حكم الدين الإسلامي في السندات (حكم الشرع)

الحكم الشرعي للسندات أنها عبارة عن صك خطي من المدين للدائن بقيمة الدين وهذا جائز شرعاً ولكن المحرم في السندات هو الفائدة الموضوعة على السند وهذه تسمى في الشرع ربا النسيئة وهو محرم في الكتاب والسنة والاجماع وعليه فلا يجوز شرعاً التعامل بالسندات التي تحدد مسبقاً زيادة في قيمتها (الفائدة).

وقبل البدء في حسابات السندات نأخذ بعض التعاريف المهمة.

القيمة الاسمية للسند : Fatuer Value

القيمة المذكورة في صك السند والتي تدفع على أساسها الفوائد.

القيمة السوقية للسند : Market Value

القيمة المتداولة للسند في الأسواق المالي ويمكن أن تكون أكبر أو أقـل مـن القيمـة الاسمية.

القيمة الاستهلاكية للسند : Value of Consumer Support

القيمة التي تدفع لحامل السند عند انتهـاء مدتـه وتحـدد هـذه القيمـة حسـب شروط إصدار السند.

معدل فائدة السند : Rate

معدل الفائدة الذي تدفع على أساسه فوائد السند وتكون مذكورة في صك السند.

تقييم السند :

وهي معرفـة قيمـة السـند الشرائية في زمـن معـين، أي القيمـة السـوقية للسـند ولحساب القيمة السوقية للسند (M.V) Market Value هناك ثلاثة حالات

1- حالة الشراء بعد صرف الفائدة مباشرة

تكون قيمة شراء السند (القيمة السوقية للسند) هي :

$$Mv = Fv\left[\frac{1}{(1+r)^t}\right] + I\left[\frac{1-\frac{1}{(1+r)^t}}{r}\right]$$

حيث:

$I = Fv. r'$

$Fv =$ القيمة الاسمية للسند

$r' =$ معدل الفائدة على السند

$r =$ معدل العائد على السند في السوق

نجد أولاً الفائدة التي تدفع على قيمة السند ثم تحسب القيمة السوقية للسند .

مثال:

أراد شخص شراء سند بعد دفع الفائدة مباشرة قيمته الاسمية (800) دينار بفائدة سـنوية 6.5% اذا كان السند مستحق الدفع بعد أربع سنوات من الآن، فكم يـدفع هـذا الشـخص قيمة للسند اذا رغب بتحقيق عائد معدله 8% سنوياً.

الحل:

نحسب أولاً الفائدة

$$I = Fv.r'$$

$$= 800 * 0.065 = 52$$

$$Mv = 800 * \left[\frac{1}{(1+0.08)^4}\right] + (52)\left[\frac{1-\frac{1}{(1+0.08)^4}}{0.08}\right]$$

$$= 800 * 0.7350 + (52)\left(\frac{0.265}{0.08}\right)$$

$$= 588 + 172.25$$

$$= 760.25$$

2- حالة شراء السند قبل صرف الفائدة مباشرة

$$Mv = Fv \left[\frac{1}{(1+r)^t}\right] + I\left[\frac{1-\frac{1}{(1+r)^t}}{r} + 1\right]$$

مثال :

قرر حسن شراء 100 سند القيمة الاسـمية للسـند 200 دينـار ومعـدل الفائـدة المحسـوبة للسند 6% وذلك قبل أن تدفع الفائدة مباشرة فكم يدفع حسـن ثمنـاً لهـذه السـندات اذا كانت المدة الزمنية للسندات 8 سنوات واراد أن يحقق عائد 10% سنوياً.

الحل :

الفائدة السنوية :

$$I = Fv.r$$

$$= 200 * 0.06 = 12$$

$$Mv = 200\left[\frac{1}{(1+0.10)^8}\right] + (12)\left[\frac{1-\left(\frac{1}{(1+0.1)^8}\right)}{0.1} + 1\right]$$

$$= 93.3 + 76.02$$

$$= 169.3$$

القيمة الشرائية للسند الواحد = 169.32

أما ثمن جميع السندات فهو = 100 * 169.32

= 16932 دينار

3- حالة شراء السند في تاريخ بين تواريخ الاستحقاق

نجد ثمن الشراء في هذه الحالة عند تاريخ الشراء سواءً كان قبل صرف الفائدة أو بعده

$$Mv = \left[Fv\left(\frac{1}{(1+t)^t}\right) + I\left(\frac{1-\frac{1}{(1+r)^t}}{r}\right)\right]$$

أو

$$\text{Mv} = \left[Fv\left(\frac{1}{(1+t)^t}\right) + I\left(\frac{1-\frac{1}{(1+r)^t}}{r} + 1\right)\right]$$

مثال :

اصدرت إحدى الشركات المساهمة في بداية عام 2004 مجموعة سندات القيمة الاسمية للسند (700) دينار بمعدل فائدة 5% سنوياً ولمدة عشر سنوات فإذا أراد شخص استثمار مبلغ 12000 دينار في الشراء من هذه السندات لتعطيه عائد معدله 8% سنوياً، فإذا تم الشراء في بداية عام 2006 قبل الفوائد مباشرة فكم سنداً يستطيع شراءه .

الحل:

الفائدة السنوية :

I = 700 * 0.05 = 35

القيمة السوقية للسند هي (هنا نستخدم الحالة الثانية)

$$\text{Mv} = \left[700 * \frac{1}{(1+0.08)^8} + 35\left(\frac{1-\frac{1}{(1+0.08)^8}}{0.08}\right) + 1\right]$$

= [378.21 + 236.12]

Mv = 614.33

عدد السندات التي يمكن شراءها = $\frac{12000}{614.33}$ = 19.5 = 19 سند

مثال :

سند قيمته الاسـمية 1000 دينـار يسـتحق الـدفع في 2010/12/31 بفائـدة معـدلها 7.5% سنوياً. إحسب ثمن شراء السند بتاريخ 2006/4/30 اذا كان معدله العائد السـوقي للسـند 8% والفوائد تدفع في نهاية السنة.

الحل :

نحسب أولاً الفائدة السنوية

$$I = 1000 * \frac{7}{100} = 70$$

ثم نحسب ثمن شراء السند في 2005/12/31 أي بعد دفع الفوائد مباشرة تكون

$$Mv = \left[1000 * \frac{1}{(1+0.08)^8} + 70 \left(\frac{1 - \frac{1}{(1+0.08)^5}}{0.08} \right) \right]$$

$$= 680.58 + 279.49 = 960.07$$

ثـم نسـتخدم هـذه القيمـة كقيمـة اسـمية للسـند لحسـاب قيمتـه الاجماليـة بتـاريخ 2006/4/30 والمدة الزمنية 4 شهور .

فيكون ثمن الشراء

$$Mv = 960.07 + 960.07 * \frac{8}{100} * \frac{4}{12}$$

$$= 960.07 + 25.6 = 985.67$$

استهلاك القروض السندية

استهلاك القروض السنوية يشبه استهلاك القـروض أمـا طـرق اسـتهلاك القـروض السـندية فسنتعرض لثلاثة طرق هي:

1- دفع قيمة السند في نهاية المدة والفوائد بشكل دوري:

في هذه الطريقة تدفع الجهة المصدرة للسند قيمة السند الاسمية في نهاية المدة وتدفع فوائد السند بشكل دفعات متساوية على فترات زمنية متساوية، وحتى تستطيع هذه الجهة سداد أصل السند تستثمر دفعات متساوية حتى تصبح القيمة في نهاية المدة مساوية لقيمة السند.

مثال:

شركة مساهمة عامة اصدرت 150000 سند بقيمة 100 دينار للسند فائدة سنوية مقدارها 6.5% سنوياً تدفع نهاية كل سنة وتستهلك هذه السندات في مدة عشر سنوات. وقد قرر مجلس إدارة الشركة إيداع دفعات متساوية نهاية كل عام بمعدل فائدة 8% سنوياً.

إحسب:

1- مقدار الفائدة السنوية على هذه السندات.
2- مقدار الدفعة التي ستستثمرها الشركة.
3- ما هو المبلغ الذي ستتحمله الشركة في كل نهاية سنة.

الحل:

1- الفائدة السنوية

القيمة الاسمية للسندات هي =

$$Fv = 150000 * 100$$
$$= 15000000$$

$$I = 15000000 * \frac{6.5}{100}$$
$$= 975000$$

2- تستخدم قانون جملة الدفعات العادية، حيث

$$P_n = P\left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right]$$

$$15000000 = P\left[\frac{(1+0.08)^{10} - 1}{0.08}\right]$$

$$15000000 = P\ (14.4866)$$

$$P = \frac{15000000}{14.4866} = 1035439.65$$

3- جملة ما ستتحمله الشركة هو الفائدة السنوية + الدفعة

= 1035439.65 + 975000

= 2010439.65 دينار

مثال :

اصدرت شركة ما 10000 سند بقيمة 25 دينـار السـند وبفائـدة مقـدارها 6% سـنوياً فـإذا كانت الشركة تستطيع أن تستثمر في السنة مبلغ 20000 بمعـدل فائـدة 6.5% سـنوياً فـما هي المدة الزمنية التي يجب أن تستهلك فيها السندات وما هي الفائدة السنوية.

الحل:

لايجاد المدة الزمنية لاستهلاك القرض نستخدم قانون جملة الدفعات حيث

$$P_n = 10000 * 25 = 250000$$

$$P = 20000\ ,\ r = 6.5\%\ ,\ t = ??$$

$$Pn = P\left[\frac{(1+r)^t - 1}{r}\right]$$

$$250000 = (20000)\left[\frac{(1+0.065)^t - 1}{0.065}\right]$$

$$\left[\frac{(1.065)^t - 1}{0.065}\right] = \frac{250000}{20000} = 12.5$$

وهذه القيمة غير موجودة في الجدول وبالتالي نجدها عن طريق اللوغارتمات حيث

$(1.065)^t - 1 = 12.5 * 0.065 = 0.8125$

$(1.065)^t = 0.8125 + 1 = 1.8125$

$\text{In } (1.065)^t = 1\text{n } 1.8125$

$$t = \frac{In(1.065)}{In(1.06)} = \frac{In(1.8125)}{In(1.065)}$$

$t = 9.44$

نقدمها للحد الأعلى وبالتالي تكون مدة استهلاك القرض 10 سنوات.

2- طريقة الاستهلاكات المتساوية

وتتم هذه الطريقة باستهلاك السندات بـدفعات متسـاوية مـع دفـع الفوائـد عـلى رصـيد السندات المتداولة.

مثال :

أصدرت مؤسسة حكومية 20000 سند بقيمة أسمية للسند 75 دينـار وبمعـدل فائـدة 8% سنوياً على أن تستهلك السندات في مدة 5 سنوات بطريقة الاستهلاكات السنوية المتساوية.

إحسب:

1- عدد السندات المستهلكة سنوياً.
2- اعداد جدول استهلاك السندات.

الحل:

1- عدد السندات المستهلكة سنوياً = عدد السندات / المدة الزمنية

$= \frac{20000}{5} = 4000$ سند

2- نكون جدول استهلاك السندات كما في استهلاك القروض .

الزمن t	رصيد السندات أول سنة	قيمة القرض في بداية سنة	عدد سندات المستهلكة سنويا	المستهلك من أصل القرض	الفائدة	جملة ما ستحمله المؤسسة
1	20000	1500000	4000	300000	120000	420000
2	16000	1200000	4000	300000	96000	396000
3	12000	900000	4000	300000	72000	372000
4	8000	600000	4000	300000	48000	348000
5	4000	300000	4000	300000	24000	324000
المجموع			20000	1500000	360000	

عند حساب رصيد السندات في كل سنة نطرح قيمة السندات المستهلكة من الرصيد
رصيد القرض في بداية السنة = رصيد السندات * قيمة السند

عدد السندات المستهلكة = عدد السندات / المدة الزمنية

المستهلك من أصل القرض = عدد السندات المستهلكة * قيمة السند

= 4000 * 75 = 300000

الفائدة = قيمة القرض في بداية سنة * معدل الفائدة

للسنة الأولى = 1500000 * 0.08 = 12000

جملة ما ستتحمله المؤسسة = المستهلك من أصل القرض + الفائدة

مثال :

اصدرت شركة ما 100000 سند بقيمة 50 دينار السند وبمعدل فائدة 4.5% سنوياً على أن تستهلك بطريقة الاستهلاكات المتساوية لمدة 10 سنوات.

كون جدول استهلاك السندات

الحل :

في البداية نحسب عدد السندات المستهلكة = $\frac{100000}{10}$

= 10000

نحسب للسنة الأولى

قيمة القرض = 100000 * 50

= 5000000

المستهلك من أصل القرض = 10000 * 50

= 500000

الفائدة = 5000000 * 4.5% = 225000

جملة ما ستتحمله = 500000 + 225000

= 725000

جملة ما ستتحمله الشركة	الفائدة	المستهلك من أصل القرض	عدد السندات المستهلكة سنويا	قيمة القرض بداية سنة	رصيد السندات أول سنة	t
725000	225000	500000	10000	5000000	100000	1
702500	202500	500000	10000	4500000	90000	2
680000	180000	500000	10000	4000000	80000	3
657500	157500	500000	10000	3500000	70000	4
635000	135000	500000	10000	3000000	60000	5
612500	112500	500000	10000	2500000	50000	6
590000	90000	500000	10000	2000000	40000	7
567500	67500	500000	10000	1500000	30000	8
545000	45000	500000	10000	1000000	20000	9
522500	22500	500000	10000	500000	10000	10
6237500	1237500	5000000	100000			المجموع

3- استهلاك القرض السندي بأقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً.

يتم استهلاك السندات في هذه الطريقة باعداد مختلفة بحيث تكون القيمة التي تدفعها الجهة المصدرة للسند من قيمة السندات والفائدة تشكل قسط ثابت سنوياً.

مثال :

أصدرت جهة حكومية 20000 سند قيمة السند الواحد (50) دينار على شكل قرض سندي بمعدل فائدة 6% سنوياً. ومن شروط الاصدار سداد القرض والفوائد معاً على أقساط سنوية متساوية عددها ستة اقساط.

إحسب عدد السندات التي يجب أن تستهلك سنوياً وأعد جدول استهلاك القرض السنوي

الحل :

لايجاد قيمة القسط السنوي الواحد نستخدم القيمة الحالية للدفعات حيث:

$$Pv_n = P * \left[\frac{(1+r)^t - 1}{(1+r)^t r}\right]$$

$$20000 * 50 = P * \left[\frac{(1+0.06)^6 - 1}{(1+0.06)^6 (0.06)}\right]$$

$$= P * 4.9173$$

$$P = \frac{1000000}{4.9173} = 203363.63$$

الفوائد المستحقة على أصل القرض في نهاية السنة الأولى

$$I_1 = 1000000 * 0.06 = 60000$$

X_1 = القسط من أصل القرض في السنة الأولى

$$X_1 = 203363.63 - 60000 = 143363.63$$

عدد السندات المستهلكة في السنة الأولى =

$$N_1 = \frac{143363.63}{50}$$

$$= 2867.27$$

نقربها لاقرب عدد صحيح = 2867 سند

$$N_1 = 2867$$

X_2 = القسط من أصل القرض في السنة الثانية

$X_2 = X_1\ (1+r)$
$= 143363.63 * (1.06)$
$= 151965.45$

$X_3 = X_2\ (1+r)$
$= 15196.45 * 1.06$
$= 161083.38$

$X_4 = 161083.38 * 1.06$
$= 170748.38$

$X_5 = 170748.38 * 1.06$
$= 180993.28$

$X_6 = 180993.28 * 1.06$
$= 191852.88$

ويكون عدد الأسهم المستهلكة في كل سنة مقربة لاقرب عدد صحيح هو :

$$N_2 = \frac{X_2}{50} = \frac{151965.45}{50}$$
$$= 3039$$

$$N_3 = \frac{X_3}{50} = \frac{161083.38}{50}$$
$$= 3222$$

$$N_4 = \frac{X_4}{50} = \frac{170748.38}{50}$$
$$= 3415$$

$$N_5 = \frac{X_5}{50} = \frac{180993.28}{50}$$
$$= 3620$$

$$N_6 = \frac{X_6}{50} = \frac{191852.88}{50}$$
$$= 3837$$

مجموع هذه السندات يجب أن يساوي المجموع الكلي للسندات (20000)

2867 + 3039 + 3222 + 3415 + 3620 + 3837 = 20000

وعند حساب الفوائد السنوية نحسب الفائدة على رصيد القرض في بداية السنة .

رصيد القرض في بداية السنة الثانية

= 50 * (20000 – 2867)

= 50 * 17133

= 856650

I_2 = 856650 * 0.06

= 51399

السنة الثالثة :

الرصيد :

= 50 * (17133 – 3039)

= 50 * 14094

= 704700

I_3 = 704700 * 0.06

= 42282

السنة الرابعة :

الرصيد :

= 50 * (14094 – 3222)

= 50 * 10872

= 543600

I_4 = 543600 * 0.06

= 32616

السنة الخامسة :

الرصيد :

$$= 50 * (10872 - 3415)$$
$$= 50 * 7457$$
$$= 372850$$
$$I_5 = 372850 * 0.06$$
$$= 22371$$

السنة السادسة :

الرصيد :

$$= 50 * (7457 - 3620)$$
$$= 50 * 3837$$
$$= 191850$$
$$I_6 = 191850 * 0.06$$
$$= 11511$$

أما جدول استهلاك القرض السنوي فيكون كالآتي :

مقدار القسط السنوي	الاستهلاك	I الفائدة	رصيد القرض السنوي أول السنة	عدد السندات		t السنة
				المستهلكة	المتداولة	
203350	143350	60000	1000000	2867	20000	1
202999	151700	51399	856650	3034	17133	2
203382	161100	42282	704700	3222	14094	3
203366	170750	32616	543600	3415	10872	4
203371	181000	22371	372850	3620	7457	5
203361	191850	11511	191850	3837	3837	6

نرى هنا في العمود الأخير وهو مقدار القسط السنوي يختلف قليلاً عن مقدار القسط السنوي الثابت المحسوب في بداية المثال وذلك نتيجة التعريف.

تمارين

1- اراد شخص شراء سند قيمته الاسمية (300) دينـار بمعـدل فائـدة سـنوية 6.25% سنوياً. فإذا كان السند يستحق الدفع بعد ثلاثة سنوات. احسب القيمة السـوقية لهذا السند اذا كان الشراء بعد دفع الفوائد مباشرة ومعدل العائد على السند 8% سنوياً.

2- اذا قرر مستثمر شراء (5000) سند للشركة العربية للصـناعات المسـاهمة العامـة قيمة السند الواحد 100 دينار وبمعدل فائدة على السند 5% وذلك قبل أن تـدفع الفائـدة مبـاشرة ومـدة السـند 5 سـنوات فكـم يـدفع هـذا المسـتثمر ثمنـاً لهـذه السندات اذا اراد أن يحقق عائد مقداره 12% سنوياً.

3- سند قيمته الاسمية 1000 دينار يستحق السداد بعد 8 سنوات مـن الآن ويعطـي فائدة معدلها 7.5% سنويا تدفع مرتين في السنة كل ستة شهور مـرة . أوجـد ثمـن شراء (500) سند اذا رغب المستثمر في تحقيق عائد معدله 9% سنويا وذلك:

أ- اذا تم الشراء بعد صرف الفوائد مباشرة .

ب- اذا تم الشراء قبل صرف الفوائد مباشرة.

4- سند قيمته الاسمية 200 دينـار ويسـتهلك بقيمـة 220 دينـار بمعـدل فائـدة 6% يستحق بعد 8 سنوات اراد شخص شراء السند في منتصف السـنة عـلى أن يحقـق عائد 7% سنوياً، أوجد ثمن شراء السند.

5- اصدرت شركة عامة قرضاً سنوياً مكون من (5000) سند بقيمة 100 دينـار بسـند بمعدل فائدة 7.5% ولمدة 10 سنوات تدفع في نهاية المدة وحتى تتمكن الشركة من الوفاء بالتزامها قررت ايداع دفعات متساوية في آخر سنة لدى بنك بفائدة

معـدلها 8% سـنوياً لتصـبح جملـة الـدفعات في نهايـة المـدة مسـاوية للقيمـة الاستهلاكية للسنوات.

احسب:

أ- مقدار الدفعة السنوية.

ب- مقدار ما تتحمله الجهة سنوياً مقابل القرض.

6- اصدرت جهة حكومية قرضاً سنوياً مقداره (4000) سند قيمة السند الاسمية 100 دينـار بمعـدل فائـدة سـنويةن 8% بحيـث تـنص شروط الاصـدار عـلى اسـتهلاك السـندات بطريقـة الاسـتهلاكات المتسـاوية خـلال فـترة 5 سـنوات. أعـد جـدول الاستهلاك المناسب.

7- اصدرت شركة قرضاً سنوياً قيمته 2 مليون دينار بقيمة اسمية للسند (200) دينار بمعدل فائدة 6% تدفع نهاية كل سنة، وكانت شروط الاصدار تنص على اسـتهلاك السندات بطريقة الاقساط المتساوية من القرض والفوائد معاً لمدة سـتة سـنوات.

إحسب

أ- عدد السنوات التي تستهلك سنوياً.

ب- مقدار الفائدة السنوية.

ج- اعداد جدول الاستهلاك المناسب.

8- في 2005/1/1 اصدرت جهـة مـا سـندات متسـاوية القيمـة عـددها (8000) سـند بقيمة اسمية واسـتهلاكية (80) دينـار السـند وبمعـدل فائـدة 10% سـنوياً تـدفع نهاية حزيران ونهاية كانون الأول من كل عام، وكانت شروط الاصـدار تـنص عـلى استهلاك هذه السندات الطريقة الاقسـاط المتسـاوية مـن القـرض والفوائـد معـاً خلال مدة 8 سنوات بحيث تدفع قسطين في السنة. إحسب

أ- عدد السندات المستهلكة في نهاية كل ستة أشهر.
ب- ايجاد مقدار الفائدة لكل ستة شهور.
ج- اعداد جدول الاستهلاك المناسب.

الفصل العاشر

استهلاك الأصول الثابتة

Depreciation of Fixed Assets

الفصل العاشر
استهلاك الأصول الثابتة
Depreciation of fixed assets

نعرف في البداية بعض المفاهيم:

الأصل الثابت:

هو ما تمتلكه المنشأة ويستخدم في عملية الإنتاج ويفقد جزء من قيمة كل سنة مثل الآلات، الأثاث، المباني...الخ.

الاستهلاك (الإهلاك)

يقصد بالإهلاك التوزيع المنتظم لتكلفة الأصل الثبت القابل للإهلاك المعروف عبر العمر الإنتاجي للأصل وكما ذكرنا سابقاً فإن الأصول الثابتة هي الآلات، المعدات، الأثاث، السيارات.... الخ.

أما أسباب الإهلاك نذكر بعض منها: مثل العمر الزمني حيث يفقد الأصل قيمته أو جزء منها نتيجة الاستخدام عبر الزمن.

والسبب الثاني هو ظهور آلات أحدث من الآلات الموجودة وبالتالي تستحق تغييرها.

ولحساب فرق الاستهلاك نعرض المصطلحات التالية:

1- القيمة الأصلية (تكلفة الأصل) Cost of asset (Ca)

وتكلفة الأصل عند بداية الاستخدام ولا تحوي فقط سعر الأصل ولكن يضاف لها مصاريف النقل وما إلى ذلك.

2- القيمة الدفترية (Bv): Book Value

قيمة الأصل مطروحاً منها الإهلاك المجمع.

3- العمر الإنتاجي (t): Useful lives

يقصد بالعمر الإنتاجي الفترة الزمنية التي يبقى فيها الأصل صالحاً للاستعمال.

4- قيمة النفاية (الخردة) (w): The value of the Waste

وهي القيمة التقديرية للأصل في نهاية العمر الإنتاجي أي عند خروج الأصل من الخدمة.

5- القيمة المستهلكة: Consumer division

الفرق بين الأصل وقيمة الخردة.

6- قسط الاستهلاك: Premium Consumption

القسط السنوي المخصص للاستهلاك.

طرق الاستهلاك:

1- طريقة القسط الثابت (الخط المستقيم) Straight-line method

تعد هذه الطريقة من أسهل الطرق وأكثرها شيوعاً ويحسب قسط الاستهلاك السنوي كالآتي:

$$\text{قسط الاستهلاك السنوي} = \frac{\text{القيمة الأصلية} - \text{قيمة النفاية}}{\text{العمر الإنتاجي}}$$

وبالرموز

$$sln = \frac{ca - w}{t}$$

مثال:

اشترى صاحب مطعم ثلاجات ثمنها 5000 دينار أردني، فإذا كانت قيمة النفاية لها 1000 دينار والعمر الإنتاجي لها 10 سنوات فما هي قيمة القسط السنوي.

الحل:

Ca = 5000 , W = 1000 , t = 10

$$sln = \frac{5000 - 1000}{10} = \frac{4000}{10} = 400$$

مثال:

إذا كان ثمن أثاث شركة ما وهو جديد 20000 دينار أردني وأصبحت قيمته بعد 8 سنوات 4000 دينار احسب قسط الاستهلاك السنوي خلال تلك الفترة إذا دفعت الشركة مصاريف نقل وتركيب 2000 دينار.

الحل:

Ca = 20000 + 2000 = 22000

W= 4000 , t = 8

$$sln = \frac{22000 - 4000}{8} = 2250$$

مثال:

اشترى مصنع آله إنتاجية جديدة بكلفة إجمالية 50000 دينار فإذا كان قسط الاستهلاك السنوي 3000 دينار والعمر الإنتاجي 12 سنة فما هي قيمة النفاية للآلة.

الحل:

Ca = 50000 , t = 12 , sln = 12 , w = ??

$$sln = \frac{Ca - w}{t}$$

$$3000 = \frac{50000 - w}{12}$$

$$50000 - w = 3000 * 12 = 36000$$
$$W = 50000 - 36000 = 14000$$

2- طريقة القسط المتناقص

يحسب القسط السنوي حسب نسبة الاستهلاك المعطاة التي تكون عادة في السنوات الأولى قليلة وتزداد في السنوات اللاحقة، ويحسب قسط الاستهلاك في كل سنة حسب القيمة في السنة السابقة ولذلك إذا أردنا حساب القسط في السنة الأولى:

يكون:

القسط = القيمة الأصلية * نسبة الاستهلاك

$$sln = Ca * \beta v$$

أما القيمة الدفترية في نهاية السنة الأول

$$\beta v = Ca - sln$$
$$= Ca - Ca * r = Ca\ (1-r)$$

القسط في السنة الثانية

$$sln = Ca\ (1-r)\ r$$

والقيمة الدفترية في نهاية السنة الثانية هي:

$$\beta v = Ca - Ca\ (1-r)\ r$$
$$= Ca\ (1-r)^2$$

أما في السنة n فيكون القسط

$$sln = Ca\ (1-r)^{n-1}$$

والقيمة الدفترية في نهاية السنة n فيكون

$$\beta v = Ca\ (1-r)^n$$

ولحساب أقساط الاستهلاك نشكلها على شكل جدول.

مثال:

إذا كان ثمن آلة اشتراها مصنع مـا 50000 دينـار وكانـت نسـبة الاسـتهلاك خـلال العمر الإنتاجي 6 سنوات هو:

السنة الأولى نسبة الاستهلاك = 5%

السنة الثانية نسبة الاستهلاك = 10%

السنة الثالثة نسبة الاستهلاك = 20%

السنة الرابعة نسبة الاستهلاك = 30%

السنة الخامسة نسبة الاستهلاك = 50%

السنة السادسة نسبة الاستهلاك = 80%

المطلوب:

1- احسب قسط الاستهلاك في السنة الثالثة.

2- القيمة الدفترية للآلة في نهاية السنة الثانية.

3- تكوين جدول استهلاك الآلة، وما هي قيمة النفاية للآلة.

الحل:

لحساب قسط الاسـتهلاك في السـنة الثالثـة والقيمـة الدفتريـة نحسـبه في السـنوات الأولى والثانية ثم الثالثة.

- السنة الأولى:

sln = 50000 * 5% = 2500

βv = 50000 – 2500 = 47500

- السنة الثانية:

sln = 47500 * 10% = 4750

βv = 47500 – 4750 = 42750

- السنة الثالثة:

sln = 42750 * 20% = 8550

βv = 42750 – 8550 = 34200

فتكون قيمة القسط في السنة الثالثة هو 8550 دينار والقيمة الدفترية في نهاية السنة الثانية هو 42750 دينار.
أما جدول استهلاك الأصل فهو:

السنة	الأصل في بداية السنة	نسبة الاستهلاك	قسط الاستهلاك	القيمة الدفترية في نهاية السنة
1	50000	%5	2500	47500
2	47500	%10	4750	42750
3	42750	%20	8550	34200
4	34200	%30	10260	23940
5	23940	%50	11970	11970
6	11970	%80	9576	2394

وتكون قيمة النفاية لهذه الآلة هو 2494 دينار.أي القيمة الدفترية في نهاية السنة السادسة.

مثال:

اشترت شركة نقليات لها بقيمة 160000 دينار فإذا كانت نسبة الاستهلاك السنوي 20% فبكم يمكن أن تبيع هذه الآليات بعد أربع سنوات.

الحل:

لحساب ثمن النقليات بعد أربع سنوات نستخدم القانون

$$\beta v = Ca\ (1 - r^{n})$$

حيث:

$Ca = 160000 \quad , \quad r = 20\% \quad , \quad n = 4$

$$\beta v = 160000\ (1-0.20)^{4}$$
$$= 65536$$

∴ ثمن النقليات بعد أربع سنوات هو 65536 دينار.

مثال:

آلة ثمنها الأصلي (40000) دينار تستهلك بطريقة القسط المتناقص قدر عمرها الإنتاجي لخمس سنوات وقيمة النقابة لها (8000) دينار إحسب:

1- نسبة الاستهلاك السنوي.
2- إعداد جدول الاستهلاك.

الحل:

لحساب نسبة الاستهلاك نستخدم العلاقة

$$\beta v = Ca(1-r)^n$$

$\beta v = 8000$, $Ca = 40000$, $n = 5$, $r = ??$

$$8000 = 40000 \ (1-r)^5$$

$$(1-r)^5 = \frac{8000}{40000} = 0.2$$

نستخدم اللوغارتمات في الحل حيث:

$$\ln (1-r)^5 = \ln (0.2)$$

$$5 \ln (1-r) = -1.6094$$

$$\ln (1-r) = \frac{-1.6094}{5}$$

$$\ln (1-r) = -0.32188$$

$$1-r = e^{-0.32188}$$

$$\therefore \ 1-r = 0.72$$

$$r = 1- 0.72 = 0.28$$

أما جدول استهلاك القرض فيكون:

السنة	الأصل في بداية السنة	قيمة قسط الاستهلاك السنوي	مجمع الإهلاك	القيمة الدفترية في نهاية السنة
1	40000	11200	11200	28800
2	28800	8064	19264	20736
3	20736	5806.08	25070.08	14929.92
4	14927.92	4180.38	29250.46	10749.5
5	10749.5	3009.86	32260.32	7739.64

إذا نظرنا إلى القيمة الدفترية في نهاية السنة الخامسة فتكون 7739.64 وهي تختلف عن قيمة النفاية = 8000 والسبب في ذلك هو عمليات التقريب التي استخدمناها أثناء الحساب.

3- طريقة القسط الثابت المستثمر:

تتم هذه الطريقة باستثمار مبلغ من المال في كل سنة بحيث يتجمع لدى الشركة في نهاية المدة قيمة معادلة بقيمة الاستهلاك.

أي أننا نحسب قسط الاستهلاك على أنه جملة دفعات عادية، ونستخدم القانون التالي:

القيمة الأصلية – قيمة النفاية = جملة أقساط الاستهلاك

$$CA - w = sln \left[\frac{(1+r)^t - 1}{r} \right]$$

حيث نجد المقدار $\left[\frac{(1+r)^t-1}{r}\right]$ من ملحق رقم (3)

مثال:

آلة قيمتها الأصـلية 100000 دينـار وقيمـة النفايـة لهـا بعـد عشرـ سـنوات هـي 20000 دينار ويراد استهلاكها بطريقة القسط الثابت المستثمر جد قيمة القسط إذا كانت فائدة الاستثمار 8%.

الحل:

Ca = 100000 , w = 20000

r = 0.08 , t = 10

$$100000 - 20000 = \text{sln} \left[\frac{(1+0.08)^{10}-1}{0.08}\right]$$

$$80000 = \text{sln}\ (14.4866)$$

$$\text{sln} = \frac{80000}{14.4866}$$

$$= 5522.34$$

مثال:

للمثال السابق أعد جدول استهلاك الأصل.

الحل:

يكون جدول استهلاك الأصل كالآتي:

السنة	قسط الاستهلاك الثابت	فوائد الاستثمار	القيمة المضافة	مجمع الاستهلاك	القيمة الدفترية في نهاية السنة
1	5522.34	0	5522.34	5522.34	94477.66
2	5522.34	441.79	5964.127	11486.47	88513.53
3	5522.34	918.92	6441.26	17927.73	82072.27
4	5522.34	1434.22	6956.56	24884.79	75115.71
5	5522.34	1990.74	7513.08	32397.37	67602.63
6	5522.34	2591.79	8114.13	40511.5	59488.5
7	5522.34	3240.92	8763.26	49274.76	50725.24
8	5522.34	3942	9464.34	58739.1	41260.9
9	5522.34	4699.13	10221.47	68960.57	31039.43
10	5522.34	5516.84	11039.18	79999.75	20000.25

القيمة الدفترية في نهاية السنة الأخيرة = قيمة النفاية
تم حساب الأعمدة الخمسة كالآتي :
قسط الاستهلاك الثابت كنسبة في البداية ويكون ثابت
فوائد الاستثمار = I

$$I = sln\ [\ (1+r)^{t-1} - 1\ ]$$

القيمة المضافة = قسط الاستهلاك + فوائد الاستثمار
مجموع الاستهلاك = مجمع الاستهلاك السابق + القيمة المضافة.
القيمة الدفترية في نهاية السنة = القيمة الدفترية السابقة – القيمة المضافة.

تمارين

1) اشترت شركة آلات ومعدات بقيمة 200.000 دينار فإذا كانت قيمة النفاية لها بعد (15) سنة هي 35000 دينار إحسب القسط السنوي للاستهلاك.

2) اشترت شركة نقليات شاحنة بقيمة 60000 دينار فإذا كان قسط الاستهلاك السنوي 8000 دينار فبعد كم سنة تصبح قيمة الشاحنة 20000 دينار.

3) إذا كانت قيمة الأصل لآله 50000 دينار والعمر الإنتاجي لها 10 سنوات فما هي قيمة القسط الثابت إذا كانت قيمة النفاية تشكل 25% من قيمة الأصل.

4) تم إنشاء مصنع جديد واشترى الآلات بقيمة مليون دينار وكانت هذه الآلات تستهلك من 10 سنوات بنسبة استهلاك سنوية 15% كون جدول استهلاك الآلة.

5) اشترى محمد سيارة من الوكالة في عام 2003 وكان سعرها في ذلك الوقت (25000) دينار وباعها في عام 2009 بمبلغ (9000) دينار فما هي نسبة الاستهلاك.

6) اشترت شركة أثاثاً مصرياً لها بقيمة (10000) دينار يستهلك في مدة 5 سنوات بالنسبة التالية على التوالي 10% ، 15% ، 20% ، 2% ، 30% كون جدول استهلاك الأصول.

7) إذا كانت آله قيمتها 70000 دينار تستهلك بطريقة القسط المتناقص بنسبة 13% سنوياً، إحسب:
   - 1- قيمة القسط في نهاية السنة الثالثة.
   - 2- القيمة الدفترية في نهاية السنة الرابعة.
   - 3- كون جدول الاستهلاك.

8) أكمل جدول الاستهلاك التالي:

السنة	الأصل في بداية السنة	نسبة الاستهلاك	قيمة الاستهلاك	القيمة الدفترية في نهاية السنة
1	200000	%5	10000	190000
2	190000	%10		
3		%20		
4	136800	%40	54720	

9) قررت إحدى الشركات استهلاك آلاتها على مدار 10 سنوات وبطريقة القسط الثابت المستثمر فإذا كانت القيمة الأصلية لهذه الآلات (80000) دينار وقيمة النفاية لها قدرت بـ (4000) دينار ومعدل استثمار القسط 6% سنوياً.

المطلوب:

1) إيجاد قسط الاستهلاك السنوي.
2) إعداد جدول الاستهلاك المناسب.

10) استثمرت إحدى الشركات جزء من أموالها في بناء عمارة قيمتها مليون ونصف المليون دينار ولقد تقرر استهلاكها على مدى 25 سنة عن طريق القسط الثابت لمستثمر بمعدل فائدة 8% سنوياً فإذا قدرت قيمة العمارة في نهاية المدة بـ (400000) دينار فأوجد:

أ- مقدار القسط الثابت.

ب- معرفة رصيد مجمع الاستهلاك في نهاية السنة الخامسة عشر.

جـ- معرفة القيمة الدفترية في نهاية السنة الخامسة عشر.



تطبيقات الحاسوب

Computer Applecation

الفصل الحادي عشر

تطبيقات الحاسوب

Computer Applecation

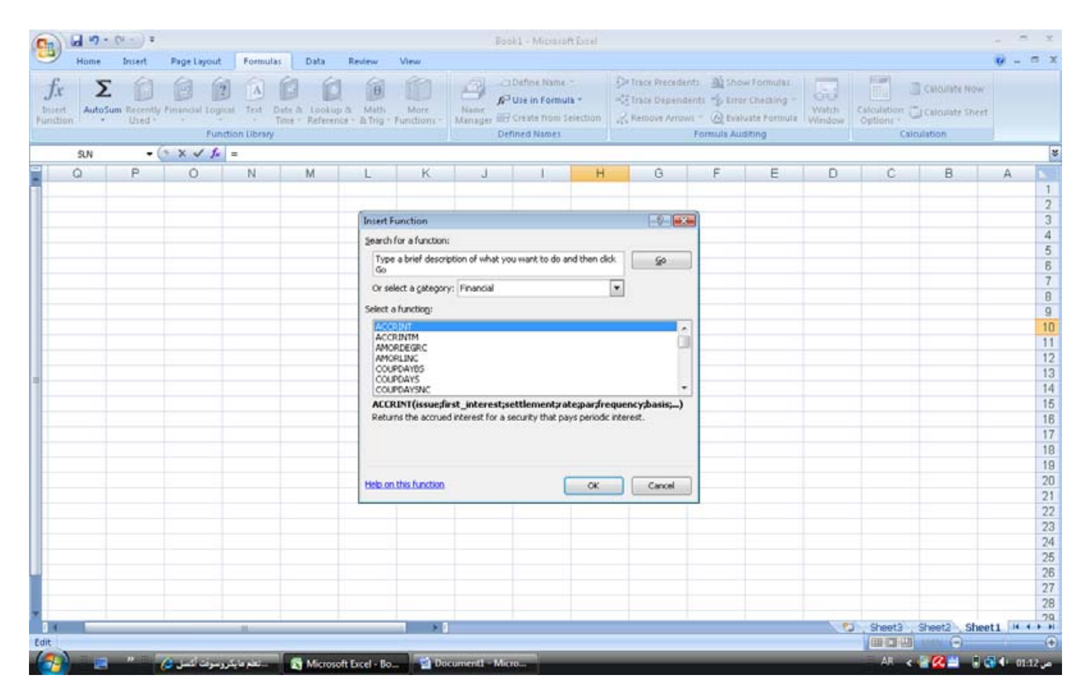
الفصل الحادي عشر
تطبيقات الحاسوب
Computer Applecation

سنستخدم برمجية أكسل في هذه التطبيقات حيث تعرف مايكروسـوفت اوفـيس اكسل (Microsoft Office Excel) على أثر أحد البرامج المتوفرة ضمن حزمة أوفس وهـو مخصص للعمليات الحسابية حيث انه عبارة عن أوراق افتراضـية (Sheets) يمكـن إضـافة عمليات حسابية عليها ومن ثم إضافة الأرقام حيـث يقـوم البرنـامج بالعمليـات الحسـابية بشكل أولي.

وفي نفس الوقت يمكن استخدامها لتخزين البيانات بصورة الكترونية حيـث يمكـن الاحتفاظ بها او طبعها على اوراق وتحـوي أكسـل مجموعـة مـن الاقترانـات المحفوظـة في الجهاز وهذه الاقترانات عبارة عـن اقترانـات رياضـية واحصـائية وماليـة وقواعـد البيانـات منطق معلومات هندسية وغير ذلك.

وبنفس الوقت يمكن كتابة أي معادلة في اكسل وإيجاد ناتجها ايضا وذلك بكتابـة المعادلة في الخلية المـراد إيجـاد النـاتج بهـا. وتكتـب قبـل المعادلـة اشـارة مسـاواة، ومـن التطبيقات التي يمكن عملها على اكسل الرسم البياني بعدة طرق، ولكننا هنـا لسـنا بصـدد شرح برمجية اكسل، ولكن سنقتصر على أوامر اكسل في المالية والمصرفية.

أولا للدخول على الدالات المحـددة للماليـة والمصرفية ننقـر عـلى زر الدالـة (fx) ومن ثم من المربع الناتج نختار امر مالية بالعربيـة أو (Financial) فتظهـر قائمـة الـدوال المالية كما في الشكل.



شكل رقم 1

ملاحظة: نستخدم هنا ((Microsoft office Excel (2007))

أما الاقترانات المخزنة في إكسل للمالية والمصرفية فهي :

الدالة	الوصف
ACCRINT	إرجاع الفائدة المستحقة لورقة مالية لها فائدة دورية
ACCRINTM	إرجاع الفائدة المستحقة لورقة مالية لها فائدة عند الاستحقاق
AMORDEGRC	إرجاع الإهلاك لكل فترة محاسبية باستخدام مُعامل إهلاك
AMORLINC	إرجاع الإهلاك لكل فترة محاسبية
COUPDAYBS	إرجاع عدد الأيام من بداية فترة القسيمة إلى تاريخ التسوية
COUPDAYS	إرجاع عدد الأيام في فترة القسيمة التي تتضمن تاريخ التسوية

COUPDAYSNC	إرجاع عدد الأيام من تاريخ التسوية إلى تاريخ القسيمة التالي
COUPNCD	إرجاع تاريخ القسيمة التالي بعد تاريخ التسوية
COUPNUM	إرجاع عدد القسائم المستحقة الدفع بين تاريخ التسوية وتاريخ الاستحقاق
COUPPCD	إرجاع تاريخ القسيمة السابق قبل تاريخ التسوية
CUMIPMT	إرجاع الفائدة المتراكمة المدفوعة بين فترتين
CUMPRINC	إرجاع رأس المال المتراكم المدفوع على قرض بين فترتين
DB	إرجاع إهلاك الأصول لفترة معينة باستخدام أسلوب الاستهلاك المتناقص الثابت
DDB	إرجاع إهلاك الأصول لفترة معينة باستخدام أسلوب الاستهلاك التناقص المزدوج أو باستخدام أساليب أخرى تحددها
DISC	إرجاع نسبة الخصم على الورقة المالية
DOLLARDE	تحويل سعر الدينار ، في صورة كسر، إلى سعر الدينار في صورة رقم عشري
DOLLARFR	تحويل سعر الدبنار، في صورة رقم عشري، إلى سعر الدينار، في صورة كسر
DURATION	إرجاع المدة السنوية لورقة مالية لها مدفوعات فوائد دورية
EFFECT	إرجاع نسبة الفائدة السنوية الفعلية
FV	إرجاع القيمة المستقبلية للاستثمار
FVSCHEDULE	إرجاع القيمة المستقبلية لرأس المال الأولي بعد تطبيق سلسلة من نسب الفوائد المركبة
INTRATE	إرجاع نسبة الفوائد لورقة مالية تم استثمارها بالكامل
IPMT	إرجاع مدفوعات الفوائد لاستثمار لمدة معينة

IRR	إرجاع النسبة الداخلية لعائدات سلسلة من التدفقات النقدية
ISPMT	حساب الفائدة المدفوعة خلال فترة معينة للاستثمار
MDURATION	إرجاع فترة ماكولي المعدلة لورقة مالية لقيمة سعر تعادل مفترض يقدر بـ 100 دينار.
MIRR	إرجاع النسبة الداخلية للعائد الذي يتم فيه توفير التدفقات المالية الموجبة والسالبة بنسب مختلفة
NOMINAL	إرجاع نسبة الفوائد الاسمية السنوية
NPER	إرجاع عدد فترات الاستثمار
NPV	إرجاع القيمة الحالية الصافية لاستثمار استنادًا إلى سلسلة من التدفقات النقدية الدورية ونسبة خصم
ODDFPRICE	إرجاع السعر لكل قيمة اسمية قدرها 100 دينار. لورقة مالية في الجزء الأول من فترة كلية
ODDFYIELD	إرجاع عائد ورقة مالية في الجزء الأول من فترة كلية
ODDLPRICE	إرجاع السعر لكل قيمة اسمية قدرها 100 دينار. لورقة مالية في الجزء الأخير من فترة كلية
ODDLYIELD	إرجاع عائد ورقة مالية في الجزء الأخير من فترة كلية
PMT	إرجاع المدفوعات الدورية لإيراد سنوي
PPMT	إرجاع المدفوعات على رأس مال لاستثمار في فترة زمنية معينة
PRICE	إرجاع السعر لكل قيمة اسمية قدرها 100 دينار. لورقة مالية تعطي فائدة دورية
PRICEDISC	إرجاع السعر لكل قيمة اسمية قدرها 100 دينار. لورقة مالية ذات خصم

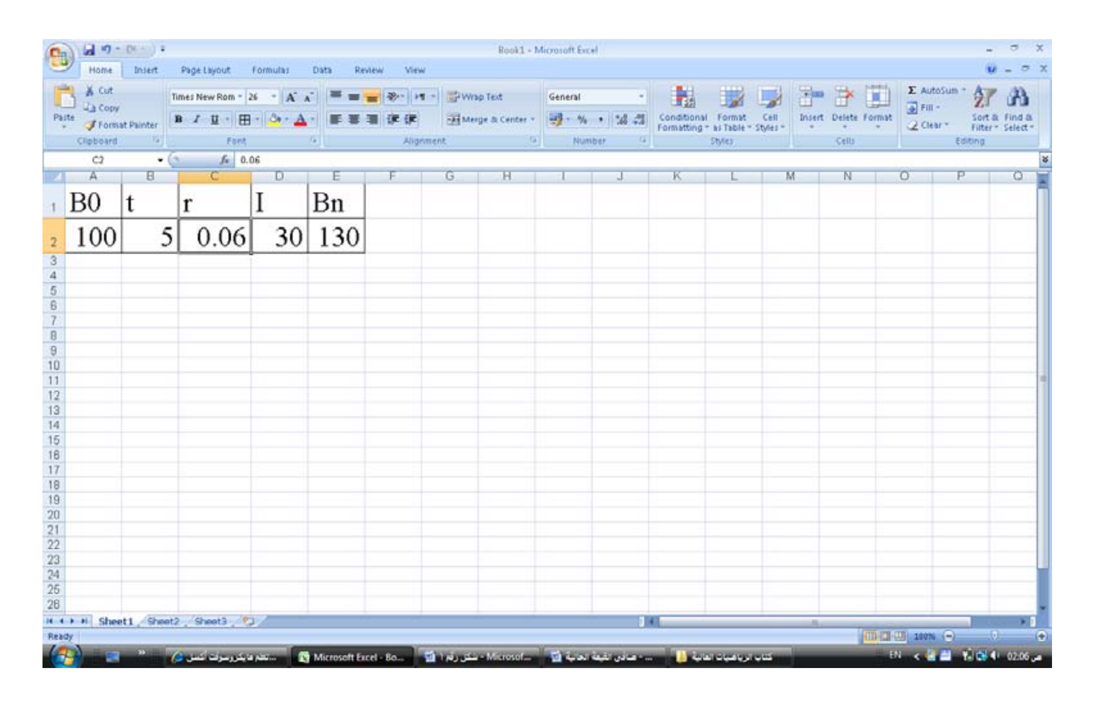
PRICEMAT	إرجاع السعر لكل قيمة اسمية لـ100 دينار. للأوراق المالية التي يستحق عنها فائدة عند موعد الاستحقاق!
PV	إرجاع القيمة الحالية للاستثمار
RATE	إرجاع نسبة الفوائد لكل فترة لإيراد سنوي
RECEIVED	إرجاع المبلغ الذي يتم تلقيه عند الاستحقاق لورقة مالية تم استثمارها بشكل كامل
SLN	إرجاع الإهلاك الثابت لأصل في فترة زمنية واحدة
SYD	إرجاع أرقام مجموع سنوات الإهلاك لأصل لفترة محددة
TBILLEQ	إرجاع العائد المكافئ لسند الخزانة
TBILLPRICE	إرجاع السعر لكل قيمة اسمية قدرها 100 دينار. لسند الخزانة
TBILLYIELD	إرجاع العائد لسند الخزانة
VDB	إرجاع إهلاك أحد الأصول لفترة محددة أو جزئية باستخدام أسلوب الاستهلاك المتناقص
XIRR	إرجاع معدل الربح الداخلي لجدول تدفقات نقدية ليس بالضرورة أن يكون دورياً
XNPV	إرجاع القيمة الحالية الصافية لجدول تدفقات نقدية ليس من الضروري أن يكون دوريا
YIELD	إرجاع العائد الخاص بالورقة المالية التي يستحق عنها فائدة دورية!
YIELDDISC	إرجاع العائد السنوي لورقة مالية عليها خصم؛ على سبيل المثال، سند الخزانة
YIELDMAT	إرجاع العائد السنوي للأوراق المالية التي يستحق عنها فائدة عند تاريخ الاستحقاق!

وسنستخدم هذه الدوال في التطبيق على الفوائد المركبة أما الفائدة البسيطة فلا يوجد اقترنات تعمل بها ولذلك سيكون الحل بإدراج الاقترانات وتعريفها مباشرة على نفس البرنامج. كما في الأمثلة التالية:

المثال الأول: لحساب جملة مبلغ

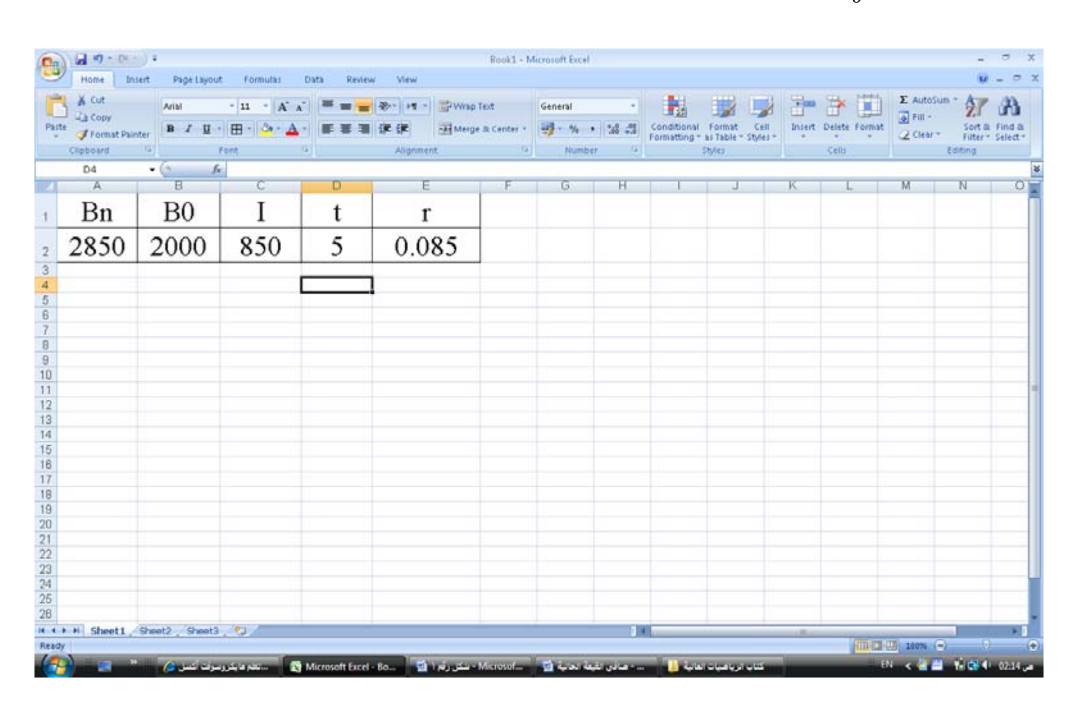
فلحساب جملة المبلغ لمدة t سنة وبمعدل فائدة r .

فإننا نضع قيمة المبلغ في الخلية A_2 الزمن t في B_2 ومعدل الفائدة في C_2 ثم نحسب الفائدة في D_2 $(I = A_2 * B_2 * C_2)$ ونكون جملة المبلغ B_n في الخلية E_2 حيث $B_n = D_2 + A_2$ كما في الشكل التالي .



شكل رقم (2)

وبنفس الأسلوب يمكن حساب الزمن t والمبلـغ الاسـاسي B0 ومعـدل الفائـدة r . فمثلا لحساب معدل الفائدة إذا كان المبلـغ الأساسي $(B_0 = 2000)$ دينـار والمـدة الزمنيـة بالسنوات $(t = 5)$ وجملة المبلغ $(B_n = 2850)$ نضع جملة المبلغ B_n في خليـة A_2 و B_0 في الخلية B_2 ونجـد I $(I = B_n - B_0)$ في خليـة C_2 ثـم نضـع الـزمن t في الخليـة D_2 فيكـون معدل الفائدة $r = \frac{I}{B_o t}$ حيث $r = 0.085$ في الخلية E_2 كما في الشكل .



شكل رقم (3)

ولحساب الزمن t نستخدم نفس الطريقة ولكن نكون $t = \frac{I}{B_0 * r}$.

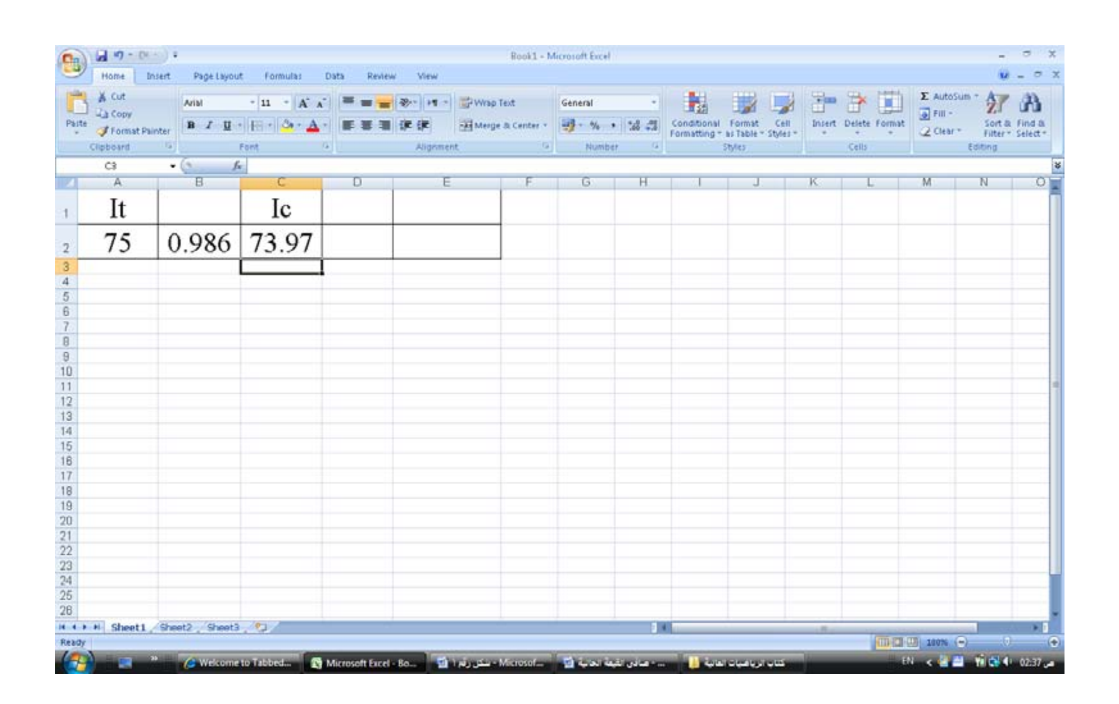
وبحساب B_0 نحسب I في البداية كما في المثال الأول.

ولحساب الفائدة التجارية والصحيحة نستخدم العلاقات الواردة في الفصل الأول.

مثال:

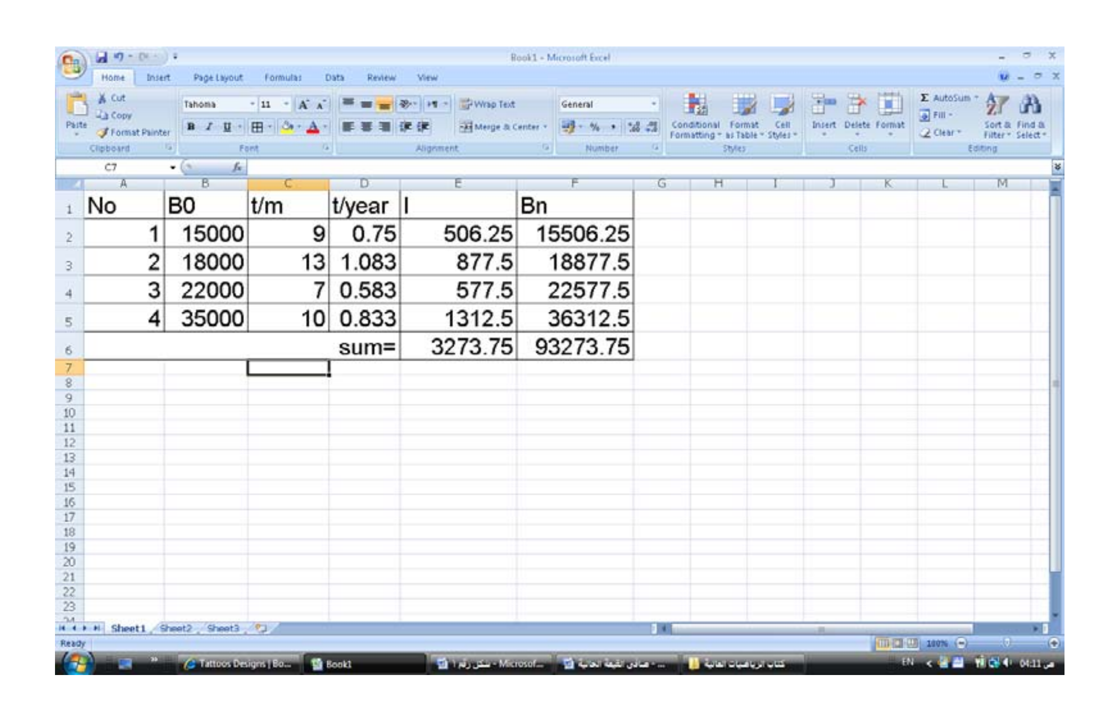
إذا كانت الفائدة التجارية (75) دينار، احسب الفائدة الصحيحة.

نضع في الخلية A_2 الفائدة التجارية I_t وفي الخلية B2 الناتج (72/73). ثم تكون الفائدة الصحيحة في الخلية C2 حيث $I_c = \frac{72}{73} I_t$ وقيمتها (73.97). كما في الشكل التالي.



شكل رقم (4)

ولحساب جملة مبالغ نضع هذه المبالغ في خلايا بشكل طولي ونحسب الفائدة لكل مبلغ ونحسب جملة كل مبلغ ثم نجمع هذه المبالغ كما في الشكل التالي وهو مثال لحساب جملة عدة مبالغ.



No	B0	t/m	t/year	I	Bn
1	15000	9	0.75	506.25	15506.25
2	18000	13	1.083	877.5	18877.5
3	22000	7	0.583	577.5	22577.5
4	35000	10	0.833	1312.5	36312.5
			sum=	3273.75	93273.75

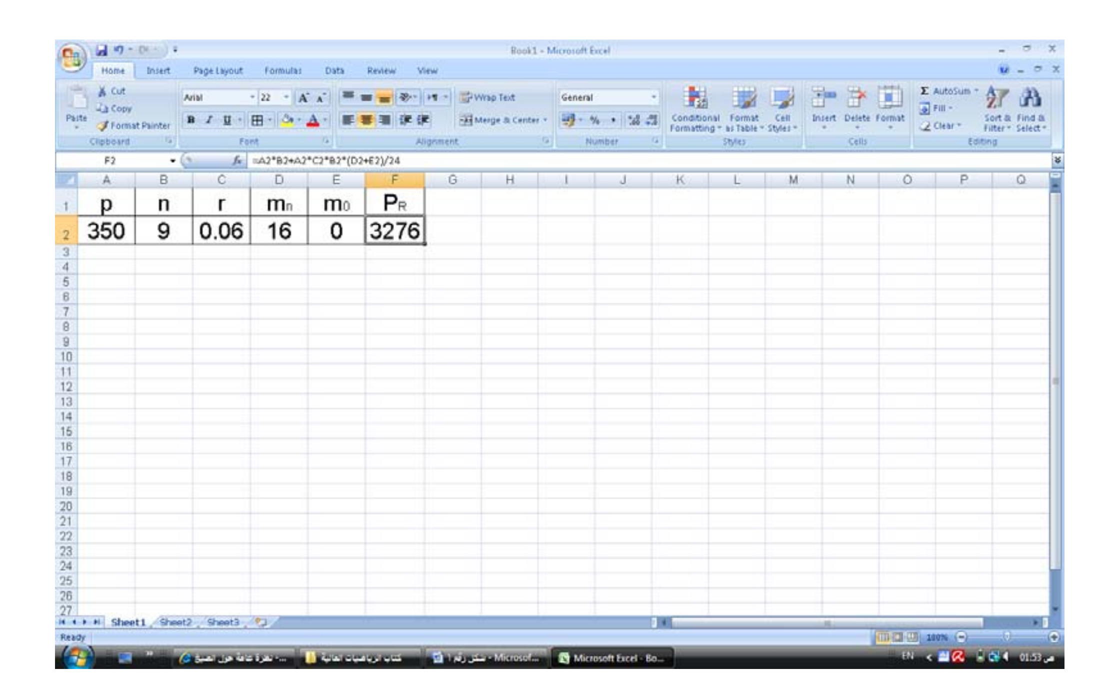
شكل رقم (5)

الدفعات المتساوية

لحساب الدفعات المتساوية المنتظمة للفائدة البسيطة نستخدم القانون

$$P_R = P_n + P_r * \frac{n}{12}\left(\frac{m_n + m_0}{2}\right)$$

ندخل في الخلية A_1 قيمة P_1 ، والخلية B_2 قيمة n والخلية C_2 قيمة R، والخليـة D_2 قيمة m_n والخلية E_2 قيمة m_0 وتكون النتيجة P_R في الخلية F_2 . كما في الشكل التالي. حيث تظهر المعادلة على شريط الكتابة في الأعلى.



شكل رقم (6)

القيمة الحالية:

القيمة الحالية لجملة مبلغ هي:

$Pv = F_V (1 - rt)$

أما الخصم التجاري فهو $BD = Fv^* R * t$ ولتطبيق ذلك نأخذ المثال حيث

$Fv = 3000 , \ r = 6.5 \ \ t = 2$

ويكون التطبيق كما في الشكل التالي .

Fv	r	t	DB	Pv
3000	0.07	2	390	2610
			مثال ١	

Fv1	8000		
t1	120		
Fv2	12000		
t2	220		
r	0.08		
Commission	0.0015	12	18
Expenses	25		
BD1	213.333		
TD1	250.333		
BD2	586.667		
TD2	629.667		
TD	880		
Fv	20000		
Pv	19120		

شكل رقم (7)

أما إذا أردنا حساب الخصم التجاري لعـدة مبـالغ وإيجـاد القيمـة الحاليـة لعـدد مبالغ فإن الخصم التجاري

$$TD_1 = BD_1 + D_1$$

$$TD_2 = BD_2 + D_2$$

$$TD = TD_1 + TD_2$$

$$PV = (Fv_1 + Fv_2) - TD$$

ولحساب ذلك نأخذ المثال التالي ويكون تطبيقه كما في الشكل السابق.

$Fv_1 = 8000$, $Fv_2 = 1200$, $t_1 = 120$ day

$T_2 = 220$ Day, $r = 8x$

أيضا يعطى عمولة 1.5 بالألف + 25 مصاريف تحصيل لكل كمبيالة.

أما القيمة الحالية للدفعات فتحسب بالقانون

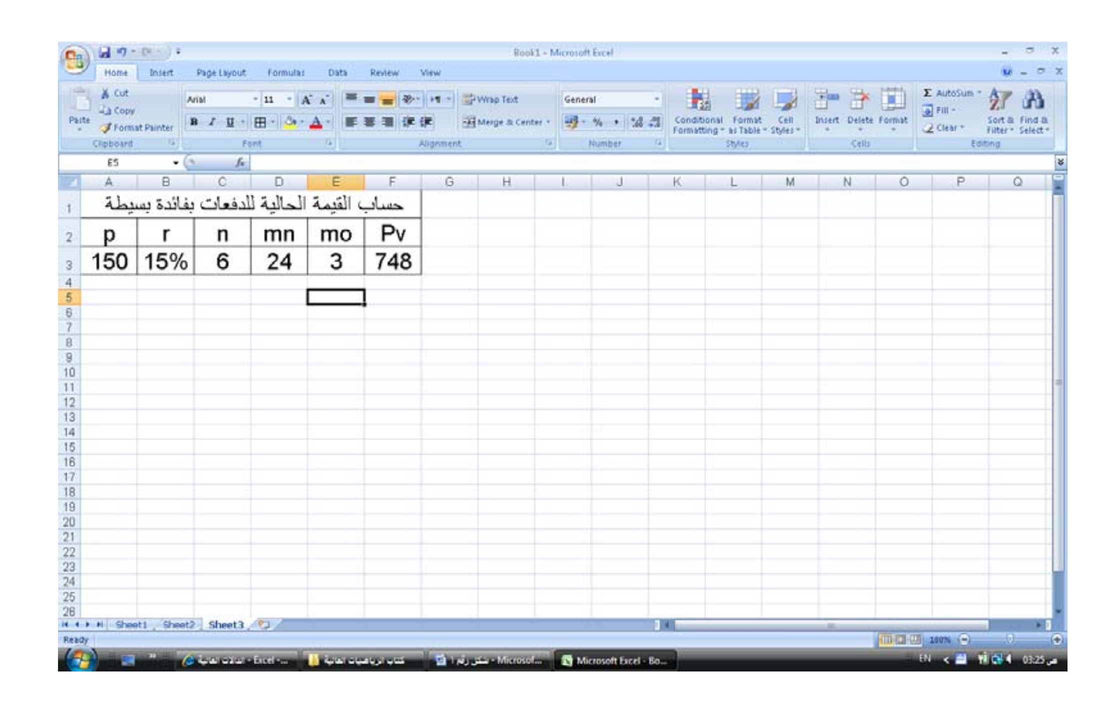
$$PV = Pn - Pr\left(\frac{n}{c}\right)\left(\frac{m_n + m_o}{12}\right)$$

مثال: إذا كانت

$P = 150, n = 6, r = 15\%, m_n = 24, m_0 = 3$

إحسب .PV

نحسب باستخدام اكسل كما في الشكل التالي .



شكل رقم (8)

تسوية الديون وحساب القسط عند البيع بالأقساط لحساب القسط نستخدم العلاقة الواردة في الفصل الرابع حيث جملة المبلغ = جملة الدفعات ويكون

$$B_n = P_n$$

$$B_n = B_0\,(1 + rt)$$

$$P_n = P_n + Pr\ \frac{n}{2}\left(\frac{m_n + m_0}{12}\right)$$

$$= P(_{n+r}\ \frac{n}{2}\ \left(\frac{m_n + m_0}{12}\right)\ )$$

$$= P\ X_n$$

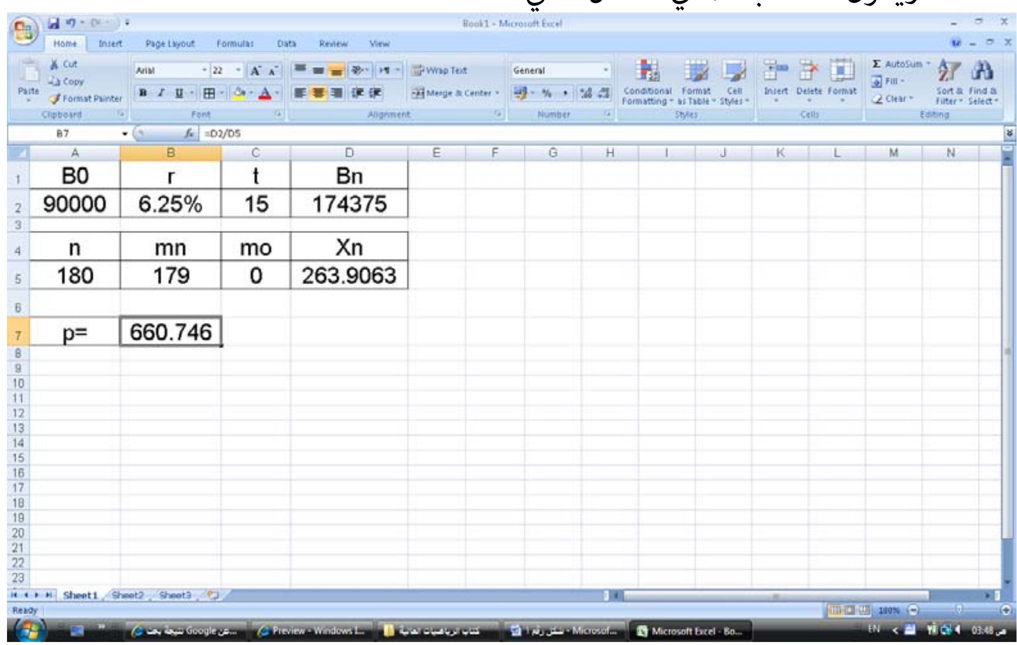
$$\therefore\ B_n = PX_n \longrightarrow P = B_n + X_n$$

$\therefore$ نجد أولا B_n ثم نجد X_n ومنها نجد P كما في المثال التالي حيث

$B0 = (90000)$, $r = 6.25\%$, $n = 180$, $m_n = 179$

$T = 15$ $m_0 = 0$

ويكون الحساب كما في الشكل التالي



	A	B	C	D
1	B0	r	t	Bn
2	90000	6.25%	15	174375
3				
4	n	mn	mo	Xn
5	180	179	0	263.9063
6				
7	p=	660.746		

شكل رقم (9)

أما تطبيقات الفائدة المركبة فتستخدم فيها الاقترانات المكتبية المخزنة في جهاز الحاسوب فمثلا لحساب جملة مبلغ الفائدة مركبة تستخدم الاقتران

Fv (rate, nper, pmt, Pv, type)

حيث

Rate معدل الفائدة

Nper عدد الدفعات (السنوات)

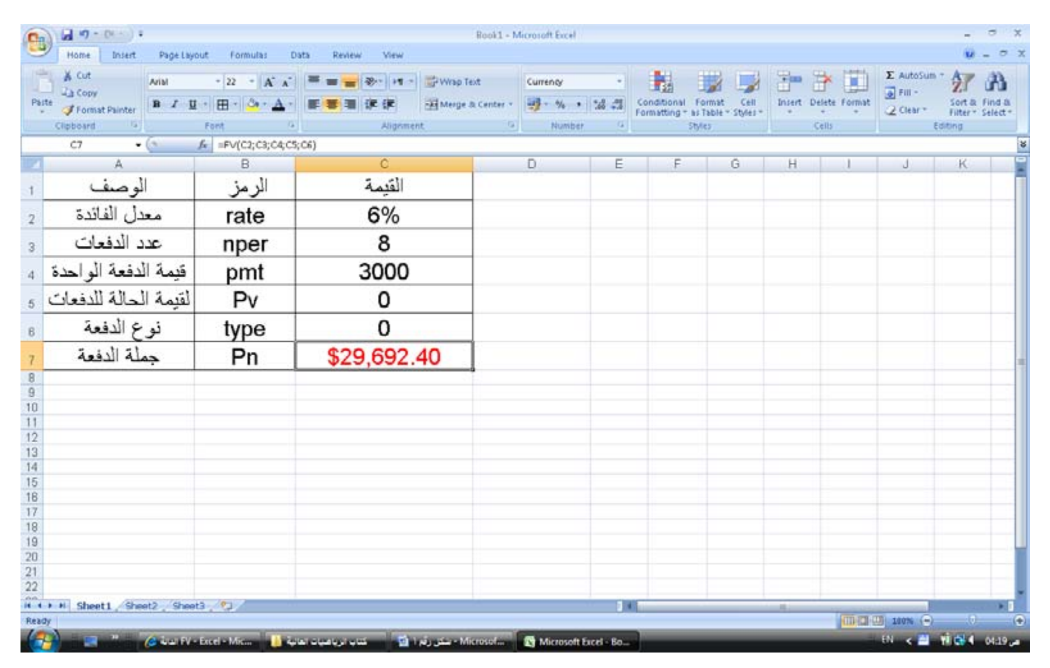
Pmt قيمة الدفعة الواحدة.

Pv القيمة الحالية للدفعات.

Type نوع الدفعة عادية (0) وفورية (1)

ولحساب جملة دفعة 3000 دينار لمدة 8 سنوات بمعدل فائدة مركبة 6% سنويا. ندخل من Fx إلى المالية (Finantial) ثم نختار الأمر Fv فتظهر شاشة فيها الخيارات السابقة نضع كل قيمة مقابل رمزها (كما في جدول الاقترانات المعرف سابقاً) فيكون الناتج كما في الخلية C7 .

اذا ظهر الناتج في الخلية سالب أو ليس كما هو في الشكل نضغط على الزر اليمين في الماوس على الخلية ونختار (Fornat cell) ثم نعدل الرقم (number) ليكون موجب. ونختار عدد الخانات العشرية (2). كما في الشكل التالي.



الوصف	الرمز	القيمة
معدل الفائدة	rate	6%
عدد الدفعات	nper	8
قيمة الدفعة الواحدة	pmt	3000
لقيمة الحالة للدفعات	Pv	0
نوع الدفعة	type	0
جملة الدفعة	Pn	$29,692.40

شكل رقم (10)

نلاحظ من هذه النتائج أن القيمة الحالية وضعت صفر لاهمالها والنوع (0) لأنها دفعة عادية.

القيمة الحالية للدفعات

الاقتران Pv (rate nper, pmt, Fv, type)

حيث

Rate = معدل الفائدة

nper = عدد الدفعات (السنوات)

Pmt = قيمة الدفعة الواحدة.

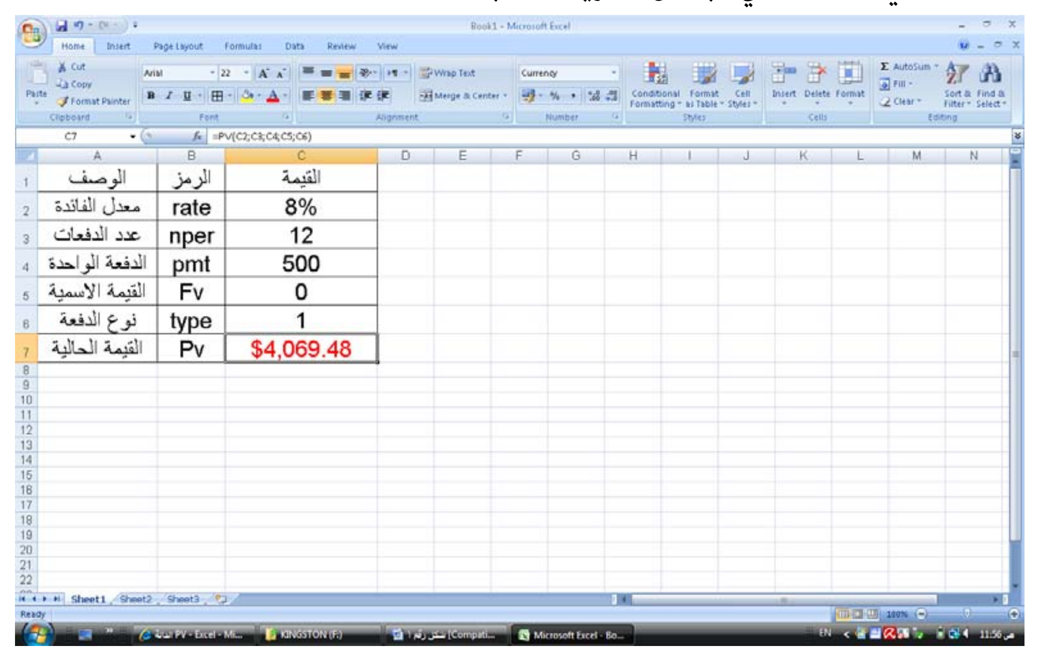
PV = القيمة الحالية للدفعات.

Type = نوع الدفعة عادية (0) وفورية (1).

مثال:

احسب القيمة الحالية لدفعة فورية قيمتها (500) دينار بمعدل فائدة مركبة 8 سنويا ولمدة 12 سنة .

ندخل كما في الشكل التالي وبنفس الطريقة السابقة:



الوصف	الرمز	القيمة
معدل الفائدة	rate	8%
عدد الدفعات	nper	12
الدفعة الواحدة	pmt	500
القيمة الاسمية	Fv	0
نوع الدفعة	type	1
القيمة الحالية	Pv	$4,069.48

شكل رقم (11)

ويمكن حساب عدد الدفعات (الفترة الزمنية)، قيمة الدفعة الواحدة، معدل الفائدة.

عدد الدفعات nper

Nper (rate, pmt, pv, Fv, type)

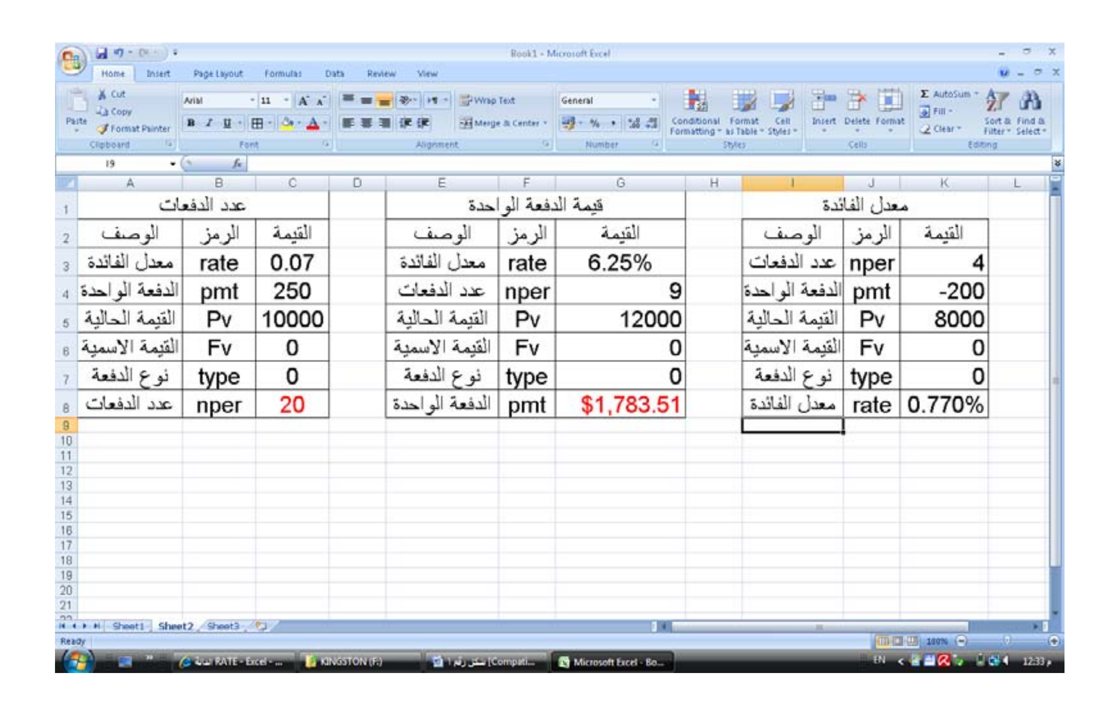
قيمة الدفعة الواحدة .Pmt

Pmt (rate, nper, pv, Fv, type)

معدل الفائدة: rate

Rate , nper, pmt, pv, Fv, type

الشكل التالي يمثل امثلة على حساب كل من القيمة السابقة



عدد الدفعات

الوصف	الرمز	القيمة
معدل الفائدة	rate	0.07
الدفعة الواحدة	pmt	250
القيمة الحالية	Pv	10000
القيمة الاسمية	Fv	0
نوع الدفعة	type	0
عدد الدفعات	nper	20

قيمة الدفعة الواحدة

الوصف	الرمز	القيمة
معدل الفائدة	rate	6.25%
عدد الدفعات	nper	9
القيمة الحالية	Pv	12000
القيمة الاسمية	Fv	0
نوع الدفعة	type	0
الدفعة الواحدة	pmt	$1,783.51

معدل الفائدة

الوصف	الرمز	القيمة
عدد الدفعات	nper	4
الدفعة الواحدة	pmt	-200
القيمة الحالية	Pv	8000
القيمة الاسمية	Fv	0
نوع الدفعة	type	0
معدل الفائدة	rate	0.770%

شكل رقم (12)

السندات

لإيجاد سعر السوق للسند نستخدم الاقتران

TBILL PRICE (set + lement, maturity, discount)

حيث

Sett lement : تاريخ التسوية وهو بتاريخ الذي يتم فيه حساب سعر السند .

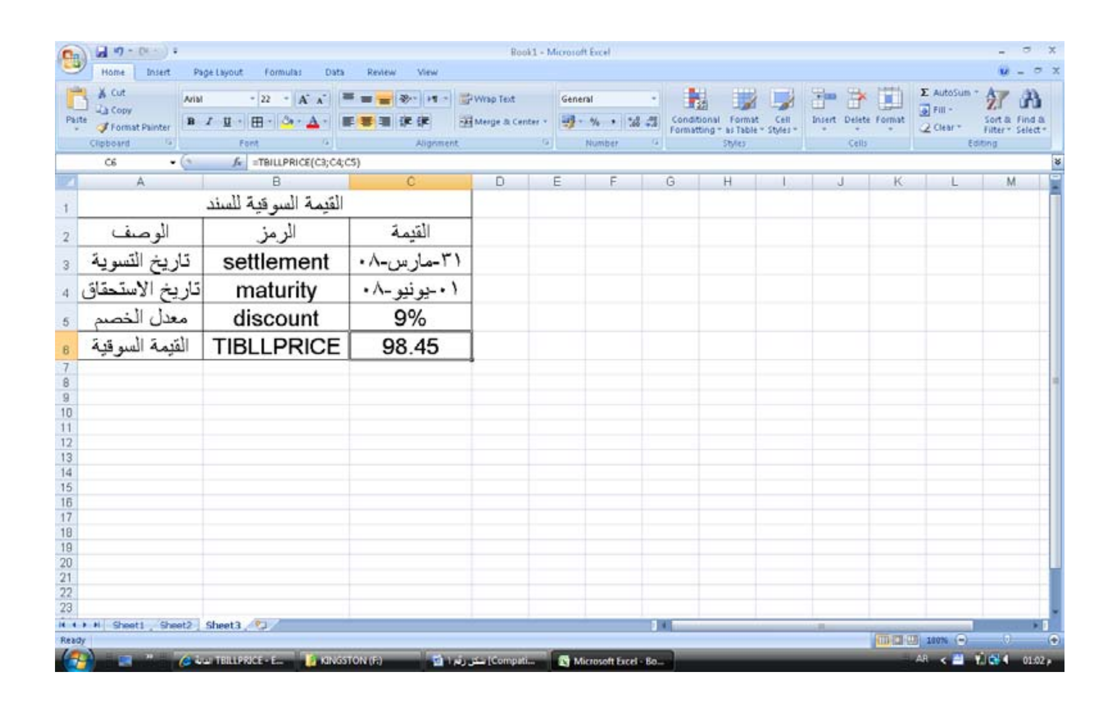
Maturity : تاريخ الاستحقاق.

Discount : معدل الخصم

تكون القيمة الإسمية المقترضة للسند هنا هي 100 دينار .

مثال:

إذا كانت نسبة الخصم 9% وتاريخ الاستحقاق 1/6/2008 وتاريخ التسوية 31/3/2008 فإن القيمة السوقية للسند تكون كما في الشكل



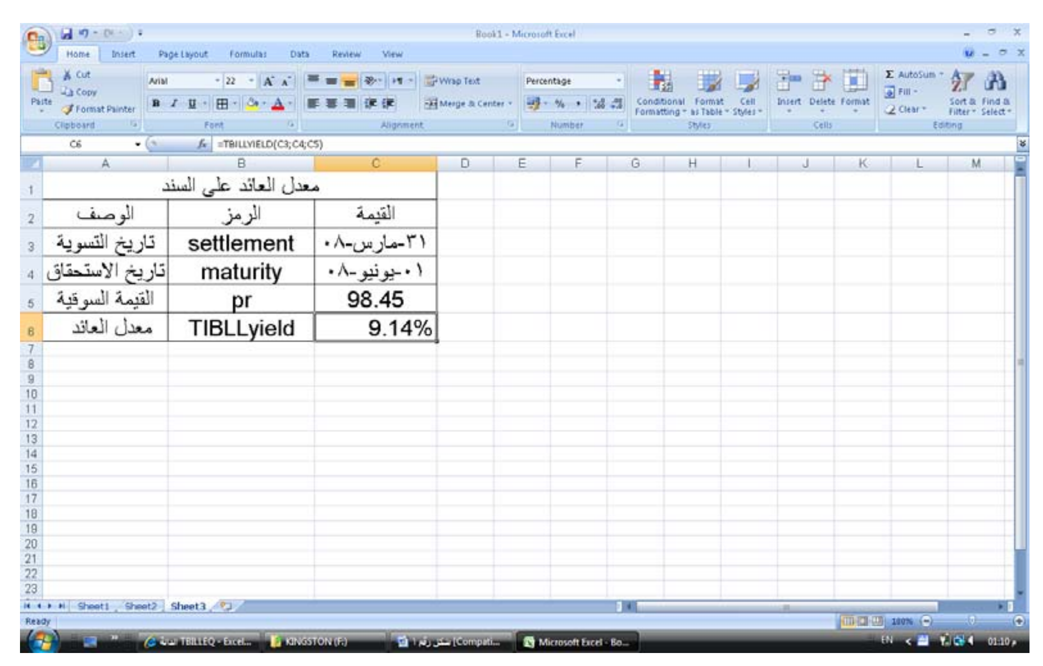
القيمة السوقية للسند		
الوصف	الرمز	القيمة
تاريخ التسوية	settlement	٣١-مارس-٠٨
تاريخ الاستحقاق	maturity	٠١-يونيو-٠٨
معدل الخصم	discount	9%
القيمة السوقية	TIBLLPRICE	98.45

شكل رقم (13)

معدل العائد على السند

TBIlly ELD (sett lement, maturity, Pr)

حيث P_n ويمثل القيمة السوقية للسند بافتراض أن القيمة الأسمية هي 100 دينار.



معدل العائد على السند		
الوصف	الرمز	القيمة
تاريخ التسوية	settlement	٣١-مارس-٠٨
تاريخ الاستحقاق	maturity	٠١-يونيو-٠٨
القيمة السوقية	pr	98.45
معدل العائد	TIBLLyield	9.14%

شكل رقم (14)

استهلاك الاصول الثابتة:

1- قسط الاستهلاك السنوي بطريقة القسط الثابت

SLn (Cost, Salvage, life)

حيث

Cost : تكلفة الأصل

Salvage : قيمة النفاية (الخردة)

Life : العمر الانتاجي

لنأخذ المثال الأول في وحدة استهلاك الاصول الثابتة:

حيث

Cost = 5000

Salvage = 1000

Life = 10

ويكون الحساب كما في الشكل التالي:

استهلاك الاصول (القسط الثابت)		
الوصف	الرمز	القيمة
تكلفة الاصل الثابت	cost	5000
قيمة النفاية	salvage	1000
العمر الانتاجي	life	10
القسط الثابت	sln	$400.00

شكل رقم (15)

استهلاك الاصول الثابتة بطريقة الرصيد المتناقص

DDB (Cost, Salvage, life, Period, factor)

حيث

Period = الفترة التي يتم حساب الاهلاك فيها.

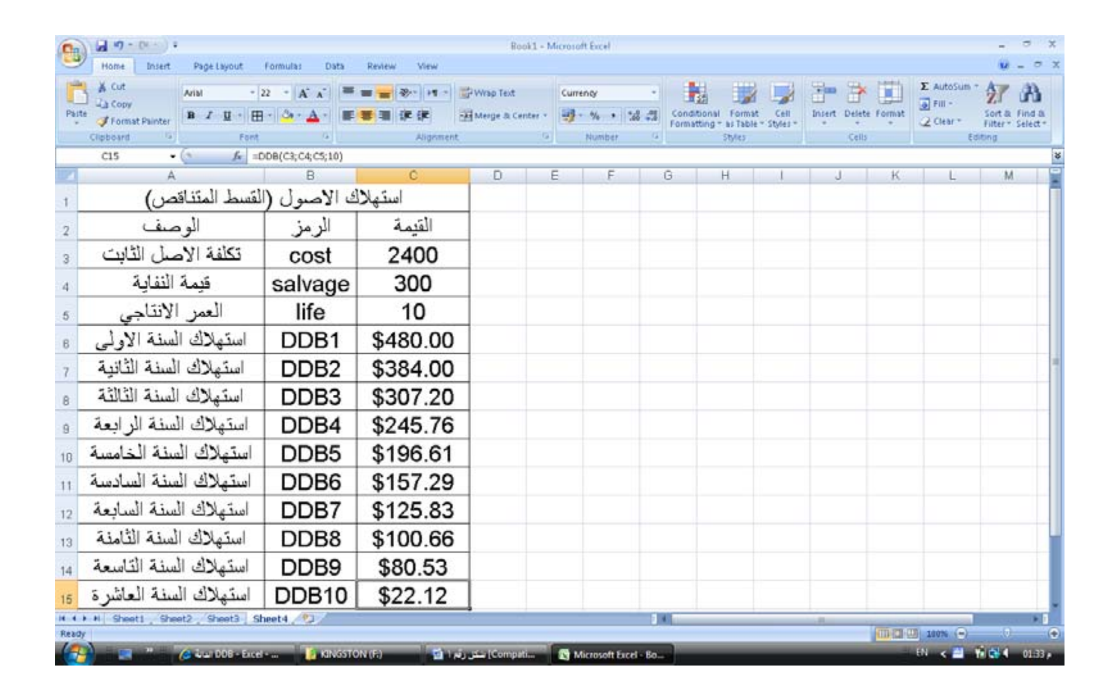
Factor = المعدل الذي يتم التناقص في الرصيد عنده.

مثال:

اذا كانت التكلفة المبدئية للاهلاك (cost = 2400)

وقيمة النفاية (300) والعمر الانتاجي 10 سنوات.

فإن الحساب يكون كما في الشكل التالي



استهلاك الاصول (القسط المتناقص)		
الوصف	الرمز	القيمة
تكلفة الاصل الثابت	cost	2400
قيمة النفاية	salvage	300
العمر الانتاجي	life	10
استهلاك السنة الاولى	DDB1	$480.00
استهلاك السنة الثانية	DDB2	$384.00
استهلاك السنة الثالثة	DDB3	$307.20
استهلاك السنة الرابعة	DDB4	$245.76
استهلاك السنة الخامسة	DDB5	$196.61
استهلاك السنة السادسة	DDB6	$157.29
استهلاك السنة السابعة	DDB7	$125.83
استهلاك السنة الثامنة	DDB8	$100.66
استهلاك السنة التاسعة	DDB9	$80.53
استهلاك السنة العاشرة	DDB10	$22.12

شكل رقم (16)

الملاحـــــق

جدول الايام

اليوم	1 كانون ثاني	2 شباط	3 اذار	4 نيسان	5 ايار	6 حزيران	7 تموز	8 اب	9 ايلول	10 تشرين اول	11 تشرين ثاني	12 كانون اول
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31		90		151		212	243		304		365

ملحق رقم (1) جملة وحدة النقد

	1%	1.50%	2%	2.50%	3%	3.50%	4%	4.50%	5.00%	5.50%	6.00%	6.50%	7%	7.50%
1	1.0100	1.0150	1.0200	1.0250	1.0300	1.0350	1.0400	1.0450	1.0500	1.0550	1.0600	1.0650	1.0700	1.0750
2	1.0201	1.0302	1.0404	1.0506	1.0609	1.0712	1.0816	1.0920	1.1025	1.1130	1.1236	1.1342	1.1449	1.1556
3	1.0303	1.0457	1.0612	1.0769	1.0927	1.1087	1.1249	1.1412	1.1576	1.1742	1.1910	1.2079	1.2250	1.2423
4	1.0406	1.0614	1.0824	1.1038	1.1255	1.1475	1.1699	1.1925	1.2155	1.2388	1.2625	1.2865	1.3108	1.3355
5	1.0510	1.0773	1.1041	1.1314	1.1593	1.1877	1.2167	1.2462	1.2763	1.3070	1.3382	1.3701	1.4026	1.4356
6	1.0615	1.0934	1.1262	1.1597	1.1941	1.2293	1.2653	1.3023	1.3401	1.3788	1.4185	1.4591	1.5007	1.5433
7	1.0721	1.1098	1.1487	1.1887	1.2299	1.2723	1.3159	1.3609	1.4071	1.4547	1.5036	1.5540	1.6058	1.6590
8	1.0829	1.1265	1.1717	1.2184	1.2668	1.3168	1.3686	1.4221	1.4775	1.5347	1.5938	1.6550	1.7182	1.7835
9	1.0937	1.1434	1.1951	1.2489	1.3048	1.3629	1.4233	1.4861	1.5513	1.6191	1.6895	1.7626	1.8385	1.9172
10	1.1046	1.1605	1.2190	1.2801	1.3439	1.4106	1.4802	1.5530	1.6289	1.7081	1.7908	1.8771	1.9672	2.0610
11	1.1157	1.1779	1.2434	1.3121	1.3842	1.4600	1.5395	1.6229	1.7103	1.8021	1.8983	1.9992	2.1049	2.2156
12	1.1268	1.1956	1.2682	1.3449	1.4258	1.5111	1.6010	1.6959	1.7959	1.9012	2.0122	2.1291	2.2522	2.3818
13	1.1381	1.2136	1.2936	1.3785	1.4685	1.5640	1.6651	1.7722	1.8856	2.0058	2.1329	2.2675	2.4098	2.5604
14	1.1495	1.2318	1.3195	1.4130	1.5126	1.6187	1.7317	1.8519	1.9799	2.1161	2.2609	2.4149	2.5785	2.7524
15	1.1610	1.2502	1.3459	1.4483	1.5580	1.6753	1.8009	1.9353	2.0789	2.2325	2.3966	2.5718	2.7590	2.9589
16	1.1726	1.2690	1.3728	1.4845	1.6047	1.7340	1.8730	2.0224	2.1829	2.3553	2.5404	2.7390	2.9522	3.1808
17	1.1843	1.2880	1.4002	1.5216	1.6528	1.7947	1.9479	2.1134	2.2920	2.4848	2.6928	2.9170	3.1588	3.4194
18	1.1961	1.3073	1.4282	1.5597	1.7024	1.8575	2.0258	2.2085	2.4066	2.6215	2.8543	3.1067	3.3799	3.6758
19	1.2081	1.3270	1.4568	1.5987	1.7535	1.9225	2.1068	2.3079	2.5270	2.7656	3.0256	3.3086	3.6165	3.9515
20	1.2202	1.3469	1.4859	1.6386	1.8061	1.9898	2.1911	2.4117	2.6533	2.9178	3.2071	3.5236	3.8697	4.2479
21	1.2324	1.3671	1.5157	1.6796	1.8603	2.0594	2.2788	2.5202	2.7860	3.0782	3.3996	3.7527	4.1406	4.5664
22	1.2447	1.3876	1.5460	1.7216	1.9161	2.1315	2.3699	2.6337	2.9253	3.2475	3.6035	3.9966	4.4304	4.9089
23	1.2572	1.4084	1.5769	1.7646	1.9736	2.2061	2.4647	2.7522	3.0715	3.4262	3.8197	4.2564	4.7405	5.2771
24	1.2697	1.4295	1.6084	1.8087	2.0328	2.2833	2.5633	2.8760	3.2251	3.6146	4.0489	4.5331	5.0724	5.6729
25	1.2824	1.4509	1.6406	1.8539	2.0938	2.3632	2.6658	3.0054	3.3864	3.8134	4.2919	4.8277	5.4274	6.0983
26	1.2953	1.4727	1.6734	1.9003	2.1566	2.4460	2.7725	3.1407	3.5557	4.0231	4.5494	5.1415	5.8074	6.5557
27	1.3082	1.4948	1.7069	1.9478	2.2213	2.5316	2.8834	3.2820	3.7335	4.2444	4.8223	5.4757	6.2139	7.0474
28	1.3213	1.5172	1.7410	1.9965	2.2879	2.6202	2.9987	3.4297	3.9201	4.4778	5.1117	5.8316	6.6488	7.5759

ملحق رقم (1) جملة وحدة النقد

	8%	8.50%	9%	9.50%	10%	10.50%	11%	11.50%	12%	12.50%	13%	13.50%	14%	14.50%
1	1.0800	1.0850	1.0900	1.0950	1.1000	1.1050	1.1100	1.1150	1.1200	1.1250	1.1300	1.1350	1.1400	1.1450
2	1.1664	1.1772	1.1881	1.1990	1.2100	1.2210	1.2321	1.2432	1.2544	1.2656	1.2769	1.2882	1.2996	1.3110
3	1.2597	1.2773	1.2950	1.3129	1.3310	1.3492	1.3676	1.3862	1.4049	1.4238	1.4429	1.4621	1.4815	1.5011
4	1.3605	1.3859	1.4116	1.4377	1.4641	1.4909	1.5181	1.5456	1.5735	1.6018	1.6305	1.6595	1.6890	1.7188
5	1.4693	1.5037	1.5386	1.5742	1.6105	1.6474	1.6851	1.7234	1.7623	1.8020	1.8424	1.8836	1.9254	1.9680
6	1.5869	1.6315	1.6771	1.7238	1.7716	1.8204	1.8704	1.9215	1.9738	2.0273	2.0820	2.1378	2.1950	2.2534
7	1.7138	1.7701	1.8280	1.8876	1.9487	2.0116	2.0762	2.1425	2.2107	2.2807	2.3526	2.4264	2.5023	2.5801
8	1.8509	1.9206	1.9926	2.0669	2.1436	2.2228	2.3045	2.3889	2.4760	2.5658	2.6584	2.7540	2.8526	2.9542
9	1.9990	2.0839	2.1719	2.2632	2.3579	2.4562	2.5580	2.6636	2.7731	2.8865	3.0040	3.1258	3.2519	3.3826
10	2.1589	2.2610	2.3674	2.4782	2.5937	2.7141	2.8394	2.9699	3.1058	3.2473	3.3946	3.5478	3.7072	3.8731
11	2.3316	2.4532	2.5804	2.7137	2.8531	2.9991	3.1518	3.3115	3.4785	3.6532	3.8359	4.0267	4.2262	4.4347
12	2.5182	2.6617	2.8127	2.9715	3.1384	3.3140	3.4985	3.6923	3.8960	4.1099	4.3345	4.5704	4.8179	5.0777
13	2.7196	2.8879	3.0658	3.2537	3.4523	3.6619	3.8833	4.1169	4.3635	4.6236	4.8980	5.1874	5.4924	5.8140
14	2.9372	3.1334	3.3417	3.5629	3.7975	4.0464	4.3104	4.5904	4.8871	5.2016	5.5348	5.8877	6.2613	6.6570
15	3.1722	3.3997	3.6425	3.9013	4.1772	4.4713	4.7846	5.1183	5.4736	5.8518	6.2543	6.6825	7.1379	7.6222
16	3.4259	3.6887	3.9703	4.2719	4.5950	4.9408	5.3109	5.7069	6.1304	6.5833	7.0673	7.5846	8.1372	8.7275
17	3.7000	4.0023	4.3276	4.6778	5.0545	5.4596	5.8951	6.3632	6.8660	7.4062	7.9861	8.6085	9.2765	9.9929
18	3.9960	4.3425	4.7171	5.1222	5.5599	6.0328	6.5436	7.0949	7.6900	8.3319	9.0243	9.7707	10.5752	11.4419
19	4.3157	4.7116	5.1417	5.6088	6.1159	6.6663	7.2633	7.9108	8.6128	9.3734	10.1974	11.0897	12.0557	13.1010
20	4.6610	5.1120	5.6044	6.1416	6.7275	7.3662	8.0623	8.8206	9.6463	10.5451	11.5231	12.5869	13.7435	15.0006
21	5.0338	5.5466	6.1088	6.7251	7.4002	8.1397	8.9492	9.8350	10.8038	11.8632	13.0211	14.2861	15.6676	17.1757
22	5.4365	6.0180	6.6586	7.3639	8.1403	8.9944	9.9336	10.9660	12.1003	13.3461	14.7138	16.2147	17.8610	19.6662
23	5.8715	6.5296	7.2579	8.0635	8.9543	9.9388	11.0263	12.2271	13.5523	15.0144	16.6266	18.4037	20.3616	22.5178
24	6.3412	7.0846	7.9111	8.8296	9.8497	10.9823	12.2392	13.6332	15.1786	16.8912	18.7881	20.8882	23.2122	25.7829
25	6.8485	7.6868	8.6231	9.6684	10.8347	12.1355	13.5855	15.2010	17.0001	19.0026	21.2305	23.7081	26.4619	29.5214
26	7.3964	8.3401	9.3992	10.5869	11.9182	13.4097	15.0799	16.9491	19.0401	21.3779	23.9905	26.9087	30.1666	33.8020
27	7.9881	9.0490	10.2451	11.5926	13.1100	14.8177	16.7386	18.8982	21.3249	24.0502	27.1093	30.5414	34.3899	38.7033
28	8.6271	9.8182	11.1671	12.6939	14.4210	16.3736	18.5799	21.0715	23.8839	27.0564	30.6335	34.6644	39.2045	44.3153

ملحق رقم (2) القيمة الحالية لوحدة النقد

	1%	1.50%	2%	2.50%	3%	3.50%	4%	4.50%	5%	5.50%	6%	6.50%	7%	7.50%
1	0.9901	0.9852	0.9804	0.9756	0.9709	0.9662	0.9615	0.9569	0.9524	0.9479	0.9434	0.9390	0.9346	0.9302
2	0.9803	0.9707	0.9612	0.9518	0.9426	0.9335	0.9246	0.9157	0.9070	0.8985	0.8900	0.8817	0.8734	0.8653
3	0.9706	0.9563	0.9423	0.9286	0.9151	0.9019	0.8890	0.8763	0.8638	0.8516	0.8396	0.8278	0.8163	0.8050
4	0.9610	0.9422	0.9238	0.9060	0.8885	0.8714	0.8548	0.8386	0.8227	0.8072	0.7921	0.7773	0.7629	0.7488
5	0.9515	0.9283	0.9057	0.8839	0.8626	0.8420	0.8219	0.8025	0.7835	0.7651	0.7473	0.7299	0.7130	0.6966
6	0.9420	0.9145	0.8880	0.8623	0.8375	0.8135	0.7903	0.7679	0.7462	0.7252	0.7050	0.6853	0.6663	0.6480
7	0.9327	0.9010	0.8706	0.8413	0.8131	0.7860	0.7599	0.7348	0.7107	0.6874	0.6651	0.6435	0.6227	0.6028
8	0.9235	0.8877	0.8535	0.8207	0.7894	0.7594	0.7307	0.7032	0.6768	0.6516	0.6274	0.6042	0.5820	0.5607
9	0.9143	0.8746	0.8368	0.8007	0.7664	0.7337	0.7026	0.6729	0.6446	0.6176	0.5919	0.5674	0.5439	0.5216
10	0.9053	0.8617	0.8203	0.7812	0.7441	0.7089	0.6756	0.6439	0.6139	0.5854	0.5584	0.5327	0.5083	0.4852
11	0.8963	0.8489	0.8043	0.7621	0.7224	0.6849	0.6496	0.6162	0.5847	0.5549	0.5268	0.5002	0.4751	0.4513
12	0.8874	0.8364	0.7885	0.7436	0.7014	0.6618	0.6246	0.5897	0.5568	0.5260	0.4970	0.4697	0.4440	0.4199
13	0.8787	0.8240	0.7730	0.7254	0.6810	0.6394	0.6006	0.5643	0.5303	0.4986	0.4688	0.4410	0.4150	0.3906
14	0.8700	0.8118	0.7579	0.7077	0.6611	0.6178	0.5775	0.5400	0.5051	0.4726	0.4423	0.4141	0.3878	0.3633
15	0.8613	0.7999	0.7430	0.6905	0.6419	0.5969	0.5553	0.5167	0.4810	0.4479	0.4173	0.3888	0.3624	0.3380
16	0.8528	0.7880	0.7284	0.6736	0.6232	0.5767	0.5339	0.4945	0.4581	0.4246	0.3936	0.3651	0.3387	0.3144
17	0.8444	0.7764	0.7142	0.6572	0.6050	0.5572	0.5134	0.4732	0.4363	0.4024	0.3714	0.3428	0.3166	0.2925
18	0.8360	0.7649	0.7002	0.6412	0.5874	0.5384	0.4936	0.4528	0.4155	0.3815	0.3503	0.3219	0.2959	0.2720
19	0.8277	0.7536	0.6864	0.6255	0.5703	0.5202	0.4746	0.4333	0.3957	0.3616	0.3305	0.3022	0.2765	0.2531
20	0.8195	0.7425	0.6730	0.6103	0.5537	0.5026	0.4564	0.4146	0.3769	0.3427	0.3118	0.2838	0.2584	0.2354
21	0.8114	0.7315	0.6598	0.5954	0.5375	0.4856	0.4388	0.3968	0.3589	0.3249	0.2942	0.2665	0.2415	0.2190
22	0.8034	0.7207	0.6468	0.5809	0.5219	0.4692	0.4220	0.3797	0.3418	0.3079	0.2775	0.2502	0.2257	0.2037
23	0.7954	0.7100	0.6342	0.5667	0.5067	0.4533	0.4057	0.3634	0.3256	0.2919	0.2618	0.2349	0.2109	0.1895
24	0.7876	0.6995	0.6217	0.5529	0.4919	0.4380	0.3901	0.3477	0.3101	0.2767	0.2470	0.2206	0.1971	0.1763
25	0.7798	0.6892	0.6095	0.5394	0.4776	0.4231	0.3751	0.3327	0.2953	0.2622	0.2330	0.2071	0.1842	0.1640
26	0.7720	0.6790	0.5976	0.5262	0.4637	0.4088	0.3607	0.3184	0.2812	0.2486	0.2198	0.1945	0.1722	0.1525
27	0.7644	0.6690	0.5859	0.5134	0.4502	0.3950	0.3468	0.3047	0.2678	0.2356	0.2074	0.1826	0.1609	0.1419
28	0.7568	0.6591	0.5744	0.5009	0.4371	0.3817	0.3335	0.2916	0.2551	0.2233	0.1956	0.1715	0.1504	0.1320

ملحق رقم (2) القيمة الحالية لوحدة النقد

	8%	8.50%	9%	9.50%	10%	10.50%	11%	11.50%	12%	12.50%	13%	13.50%	14.00%	14.50%
1	0.9259	0.9217	0.9174	0.9132	0.9091	0.9050	0.9009	0.8696	0.8929	0.8889	0.8850	0.8811	0.8772	0.8734
2	0.8573	0.8495	0.8417	0.8340	0.8264	0.8190	0.8116	0.7561	0.7972	0.7901	0.7831	0.7763	0.7695	0.7628
3	0.7938	0.7829	0.7722	0.7617	0.7513	0.7412	0.7312	0.6575	0.7118	0.7023	0.6931	0.6839	0.6750	0.6662
4	0.7350	0.7216	0.7084	0.6956	0.6830	0.6707	0.6587	0.5718	0.6355	0.6243	0.6133	0.6026	0.5921	0.5818
5	0.6806	0.6650	0.6499	0.6352	0.6209	0.6070	0.5935	0.4972	0.5674	0.5549	0.5428	0.5309	0.5194	0.5081
6	0.6302	0.6129	0.5963	0.5801	0.5645	0.5493	0.5346	0.4323	0.5066	0.4933	0.4803	0.4678	0.4556	0.4438
7	0.5835	0.5649	0.5470	0.5298	0.5132	0.4971	0.4817	0.3759	0.4523	0.4385	0.4251	0.4121	0.3996	0.3876
8	0.5403	0.5207	0.5019	0.4838	0.4665	0.4499	0.4339	0.3269	0.4039	0.3897	0.3762	0.3631	0.3506	0.3385
9	0.5002	0.4799	0.4604	0.4418	0.4241	0.4071	0.3909	0.2843	0.3606	0.3464	0.3329	0.3199	0.3075	0.2956
10	0.4632	0.4423	0.4224	0.4035	0.3855	0.3684	0.3522	0.2472	0.3220	0.3079	0.2946	0.2819	0.2697	0.2582
11	0.4289	0.4076	0.3875	0.3685	0.3505	0.3334	0.3173	0.2149	0.2875	0.2737	0.2607	0.2483	0.2366	0.2255
12	0.3971	0.3757	0.3555	0.3365	0.3186	0.3018	0.2858	0.1869	0.2567	0.2433	0.2307	0.2188	0.2076	0.1969
13	0.3677	0.3463	0.3262	0.3073	0.2897	0.2731	0.2575	0.1625	0.2292	0.2163	0.2042	0.1928	0.1821	0.1720
14	0.3405	0.3191	0.2992	0.2807	0.2633	0.2471	0.2320	0.1413	0.2046	0.1922	0.1807	0.1698	0.1597	0.1502
15	0.3152	0.2941	0.2745	0.2563	0.2394	0.2236	0.2090	0.1229	0.1827	0.1709	0.1599	0.1496	0.1401	0.1312
16	0.2919	0.2711	0.2519	0.2341	0.2176	0.2024	0.1883	0.1069	0.1631	0.1519	0.1415	0.1318	0.1229	0.1146
17	0.2703	0.2499	0.2311	0.2138	0.1978	0.1832	0.1696	0.0929	0.1456	0.1350	0.1252	0.1162	0.1078	0.1001
18	0.2502	0.2303	0.2120	0.1952	0.1799	0.1658	0.1528	0.0808	0.1300	0.1200	0.1108	0.1023	0.0946	0.0874
19	0.2317	0.2122	0.1945	0.1783	0.1635	0.1500	0.1377	0.0703	0.1161	0.1067	0.0981	0.0902	0.0829	0.0763
20	0.2145	0.1956	0.1784	0.1628	0.1486	0.1358	0.1240	0.0611	0.1037	0.0948	0.0868	0.0794	0.0728	0.0667
21	0.1987	0.1803	0.1637	0.1487	0.1351	0.1229	0.1117	0.0531	0.0926	0.0843	0.0768	0.0700	0.0638	0.0582
22	0.1839	0.1662	0.1502	0.1358	0.1228	0.1112	0.1007	0.0462	0.0826	0.0749	0.0680	0.0617	0.0560	0.0508
23	0.1703	0.1531	0.1378	0.1240	0.1117	0.1006	0.0907	0.0402	0.0738	0.0666	0.0601	0.0543	0.0491	0.0444
24	0.1577	0.1412	0.1264	0.1133	0.1015	0.0911	0.0817	0.0349	0.0659	0.0592	0.0532	0.0479	0.0431	0.0388
25	0.1460	0.1301	0.1160	0.1034	0.0923	0.0824	0.0736	0.0304	0.0588	0.0526	0.0471	0.0422	0.0378	0.0339
26	0.1352	0.1199	0.1064	0.0945	0.0839	0.0746	0.0663	0.0264	0.0525	0.0468	0.0417	0.0372	0.0331	0.0296
27	0.1252	0.1105	0.0976	0.0863	0.0763	0.0675	0.0597	0.0230	0.0469	0.0416	0.0369	0.0327	0.0291	0.0258
28	0.1159	0.1019	0.0895	0.0788	0.0693	0.0611	0.0538	0.0200	0.0419	0.0370	0.0326	0.0288	0.0255	0.0226

ملحق رقم (3) جملة الدفعات العادية لوحدة النقد

	1%	1.50%	2%	2.50%	3%	3.50%	4%	4.50%	5%	5.50%	6%	6.50%	7%	7.50%
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	2.0100	2.0150	2.0200	2.0250	2.0300	2.0350	2.0400	2.0450	2.0500	2.0550	2.0600	2.0650	2.0700	2.0750
3	3.0301	3.0452	3.0604	3.0756	3.0909	3.1062	3.1216	3.1370	3.1525	3.1680	3.1836	3.1992	3.2149	3.2306
4	4.0604	4.0909	4.1216	4.1525	4.1836	4.2149	4.2465	4.2782	4.3101	4.3423	4.3746	4.4072	4.4399	4.4729
5	5.1010	5.1523	5.2040	5.2563	5.3091	5.3625	5.4163	5.4707	5.5256	5.5811	5.6371	5.6936	5.7507	5.8084
6	6.1520	6.2296	6.3081	6.3877	6.4684	6.5502	6.6330	6.7169	6.8019	6.8881	6.9753	7.0637	7.1533	7.2440
7	7.2135	7.3230	7.4343	7.5474	7.6625	7.7794	7.8983	8.0192	8.1420	8.2669	8.3938	8.5229	8.6540	8.7873
8	8.2857	8.4328	8.5830	8.7361	8.8923	9.0517	9.2142	9.3800	9.5491	9.7216	9.8975	10.0769	10.2598	10.4464
9	9.3685	9.5593	9.7546	9.9545	10.1591	10.3685	10.5828	10.8021	11.0266	11.2563	11.4913	11.7319	11.9780	12.2298
10	10.4622	10.7027	10.9497	11.2034	11.4639	11.7314	12.0061	12.2882	12.5779	12.8754	13.1808	13.4944	13.8164	14.1471
11	11.5668	11.8633	12.1687	12.4835	12.8078	13.1420	13.4864	13.8412	14.2068	14.5835	14.9716	15.3716	15.7836	16.2081
12	12.6825	13.0412	13.4121	13.7956	14.1920	14.6020	15.0258	15.4640	15.9171	16.3856	16.8699	17.3707	17.8885	18.4237
13	13.8093	14.2368	14.6803	15.1404	15.6178	16.1130	16.6268	17.1599	17.7130	18.2868	18.8821	19.4998	20.1406	20.8055
14	14.9474	15.4504	15.9739	16.5190	17.0863	17.6770	18.2919	18.9321	19.5986	20.2926	21.0151	21.7673	22.5505	23.3659
15	16.0969	16.6821	17.2934	17.9319	18.5989	19.2957	20.0236	20.7841	21.5786	22.4087	23.2760	24.1822	25.1290	26.1184
16	17.2579	17.9324	18.6393	19.3802	20.1569	20.9710	21.8245	22.7193	23.6575	24.6411	25.6725	26.7540	27.8881	29.0772
17	18.4304	19.2014	20.0121	20.8647	21.7616	22.7050	23.6975	24.7417	25.8404	26.9964	28.2129	29.4930	30.8402	32.2580
18	19.6147	20.4894	21.4123	22.3863	23.4144	24.4997	25.6454	26.8551	28.1324	29.4812	30.9057	32.4101	33.9990	35.6774
19	20.8109	21.7967	22.8406	23.9460	25.1169	26.3572	27.6712	29.0636	30.5390	32.1027	33.7600	35.5167	37.3790	39.3532
20	22.0190	23.1237	24.2974	25.5447	26.8704	28.2797	29.7781	31.3714	33.0660	34.8683	36.7856	38.8253	40.9955	43.3047
21	23.2392	24.4705	25.7833	27.1833	28.6765	30.2695	31.9692	33.7831	35.7193	37.7861	39.9927	42.3490	44.8652	47.5525
22	24.4716	25.8376	27.2990	28.8629	30.5368	32.3289	34.2480	36.3034	38.5052	40.8643	43.3923	46.1016	49.0057	52.1190
23	25.7163	27.2251	28.8450	30.5844	32.4529	34.4604	36.6179	38.9370	41.4305	44.1118	46.9958	50.0982	53.4361	57.0279
24	26.9735	28.6335	30.4219	32.3490	34.4265	36.6665	39.0826	41.6892	44.5020	47.5380	50.8156	54.3546	58.1767	62.3050
25	28.2432	30.0630	32.0303	34.1578	36.4593	38.9499	41.6459	44.5652	47.7271	51.1526	54.8645	58.8877	63.2490	67.9779
26	29.5256	31.5140	33.6709	36.0117	38.5530	41.3131	44.3117	47.5706	51.1135	54.9660	59.1564	63.7154	68.6765	74.0762
27	30.8209	32.9867	35.3443	37.9120	40.7096	43.7591	47.0842	50.7113	54.6691	58.9891	63.7058	68.8569	74.4838	80.6319
28	32.1291	34.4815	37.0512	39.8598	42.9309	46.2906	49.9676	53.9933	58.4026	63.2335	68.5281	74.3326	80.6977	87.6793

ملحق رقم (3) جملة الدفعات العادية لوحدة النقد

	8%	8.50%	9%	9.50%	10%	10.50%	11%	11.50%	12%	12.50%	13%	13.50%	14%	14.50%
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	2.0800	2.0850	2.0900	2.0950	2.1000	2.1050	2.1100	2.1150	2.1200	2.1250	2.1300	2.1350	2.1400	2.1450
3	3.2464	3.2622	3.2781	3.2940	3.3100	3.3260	3.3421	3.3582	3.3744	3.3906	3.4069	3.4232	3.4396	3.4560
4	4.5061	4.5395	4.5731	4.6070	4.6410	4.6753	4.7097	4.7444	4.7793	4.8145	4.8498	4.8854	4.9211	4.9571
5	5.8666	5.9254	5.9847	6.0446	6.1051	6.1662	6.2278	6.2900	6.3528	6.4163	6.4803	6.5449	6.6101	6.6759
6	7.3359	7.4290	7.5233	7.6189	7.7156	7.8136	7.9129	8.0134	8.1152	8.2183	8.3227	8.4284	8.5355	8.6439
7	8.9228	9.0605	9.2004	9.3426	9.4872	9.6340	9.7833	9.9349	10.0890	10.2456	10.4047	10.5663	10.7305	10.8973
8	10.6366	10.8306	11.0285	11.2302	11.4359	11.6456	11.8594	12.0774	12.2997	12.5263	12.7573	12.9927	13.2328	13.4774
9	12.4876	12.7512	13.0210	13.2971	13.5795	13.8684	14.1640	14.4663	14.7757	15.0921	15.4157	15.7468	16.0853	16.4317
10	14.4866	14.8351	15.1929	15.5603	15.9374	16.3246	16.7220	17.1300	17.5487	17.9786	18.4197	18.8726	19.3373	19.8142
11	16.6455	17.0961	17.5603	18.0385	18.5312	19.0387	19.5614	20.0999	20.6546	21.2259	21.8143	22.4204	23.0445	23.6873
12	18.9771	19.5492	20.1407	20.7522	21.3843	22.0377	22.7132	23.4114	24.1331	24.8791	25.6502	26.4471	27.2707	28.1220
13	21.4953	22.2109	22.9534	23.7236	24.5227	25.3517	26.2116	27.1037	28.0291	28.9890	29.9847	31.0175	32.0887	33.1997
14	24.2149	25.0989	26.0192	26.9774	27.9750	29.0136	30.0949	31.2207	32.3926	33.6126	34.8827	36.2048	37.5811	39.0136
15	27.1521	28.2323	29.3609	30.5402	31.7725	33.0600	34.4054	35.8110	37.2797	38.8142	40.4175	42.0925	43.8424	45.6706
16	30.3243	31.6320	33.0034	34.4416	35.9497	37.5313	39.1899	40.9293	42.7533	44.6660	46.6717	48.7750	50.9804	53.2928
17	33.7502	35.3207	36.9737	38.7135	40.5447	42.4721	44.5008	46.6362	48.8837	51.2493	53.7391	56.3596	59.1176	62.0203
18	37.4502	39.3230	41.3013	43.3913	45.5992	47.9317	50.3959	52.9993	55.7497	58.6554	61.7251	64.9681	68.3941	72.0132
19	41.4463	43.6654	46.0185	48.5135	51.1591	53.9645	56.9395	60.0942	63.4397	66.9873	70.7494	74.7388	78.9692	83.4551
20	45.7620	48.3770	51.1601	54.1222	57.2750	60.6308	64.2028	68.0051	72.0524	76.3608	80.9468	85.8286	91.0249	96.5561
21	50.4229	53.4891	56.7645	60.2638	64.0025	67.9970	72.2651	76.8257	81.6987	86.9058	92.4699	98.4154	104.7684	111.5568
22	55.4568	59.0356	62.8733	66.9889	71.4027	76.1367	81.2143	86.6606	92.5026	98.7691	105.4910	112.7015	120.4360	128.7325
23	60.8933	65.0537	69.5319	74.3529	79.5430	85.1311	91.1479	97.6266	104.6029	112.1152	120.2048	128.9162	138.2970	148.3987
24	66.7648	71.5832	76.7898	82.4164	88.4973	95.0699	102.1742	109.8536	118.1552	127.1296	136.8315	147.3199	158.6586	170.9165
25	73.1059	78.6678	84.7009	91.2459	98.3471	106.0522	114.4133	123.4868	133.3339	144.0208	155.6196	168.2081	181.8708	196.6994
26	79.9544	86.3546	93.3240	100.9143	109.1818	118.1877	127.9988	138.6878	150.3339	163.0234	176.8501	191.9162	208.3327	226.2208
27	87.3508	94.6947	102.7231	111.5012	121.0999	131.5974	143.0786	155.6369	169.3740	184.4013	200.8406	218.8248	238.4993	260.0228
28	95.3388	103.7437	112.9682	123.0938	134.2099	146.4151	159.8173	174.5351	190.6989	208.4515	227.9499	249.3662	272.8892	298.7262

ملحق رقم (4) القيمة الحالية للدفعات العادية

	1%	1.50%	2%	2.50%	3%	3.50%	4%	4.50%	5%	5.50%	6%	6.50%	7%	7.50%
1	0.9901	0.9852	0.9804	0.9756	0.9709	0.9662	0.9615	0.9569	0.9524	0.9479	0.9434	0.9390	0.9346	0.9302
2	1.9704	1.9559	1.9416	1.9274	1.9135	1.8997	1.8861	1.8727	1.8594	1.8463	1.8334	1.8206	1.8080	1.7956
3	2.9410	2.9122	2.8839	2.8560	2.8286	2.8016	2.7751	2.7490	2.7232	2.6979	2.6730	2.6485	2.6243	2.6005
4	3.9020	3.8544	3.8077	3.7620	3.7171	3.6731	3.6299	3.5875	3.5460	3.5052	3.4651	3.4258	3.3872	3.3493
5	4.8534	4.7826	4.7135	4.6458	4.5797	4.5151	4.4518	4.3900	4.3295	4.2703	4.2124	4.1557	4.1002	4.0459
6	5.7955	5.6972	5.6014	5.5081	5.4172	5.3286	5.2421	5.1579	5.0757	4.9955	4.9173	4.8410	4.7665	4.6938
7	6.7282	6.5982	6.4720	6.3494	6.2303	6.1145	6.0021	5.8927	5.7864	5.6830	5.5824	5.4845	5.3893	5.2966
8	7.6517	7.4859	7.3255	7.1701	7.0197	6.8740	6.7327	6.5959	6.4632	6.3346	6.2098	6.0888	5.9713	5.8573
9	8.5660	8.3605	8.1622	7.9709	7.7861	7.6077	7.4353	7.2688	7.1078	6.9522	6.8017	6.6561	6.5152	6.3789
10	9.4713	9.2222	8.9826	8.7521	8.5302	8.3166	8.1109	7.9127	7.7217	7.5376	7.3601	7.1888	7.0236	6.8641
11	10.3676	10.0711	9.7868	9.5142	9.2526	9.0016	8.7605	8.5289	8.3064	8.0925	7.8869	7.6890	7.4987	7.3154
12	11.2551	10.9075	10.5753	10.2578	9.9540	9.6633	9.3851	9.1186	8.8633	8.6185	8.3838	8.1587	7.9427	7.7353
13	12.1337	11.7315	11.3484	10.9832	10.6350	10.3027	9.9856	9.6829	9.3936	9.1171	8.8527	8.5997	8.3577	8.1258
14	13.0037	12.5434	12.1062	11.6909	11.2961	10.9205	10.5631	10.2228	9.8986	9.5896	9.2950	9.0138	8.7455	8.4892
15	13.8651	13.3432	12.8493	12.3814	11.9379	11.5174	11.1184	10.7395	10.3797	10.0376	9.7122	9.4027	9.1079	8.8271
16	14.7179	14.1313	13.5777	13.0550	12.5611	12.0941	11.6523	11.2340	10.8378	10.4622	10.1059	9.7678	9.4466	9.1415
17	15.5623	14.9076	14.2919	13.7122	13.1661	12.6513	12.1657	11.7072	11.2741	10.8646	10.4773	10.1106	9.7632	9.4340
18	16.3983	15.6726	14.9920	14.3534	13.7535	13.1897	12.6593	12.1600	11.6896	11.2461	10.8276	10.4325	10.0591	9.7060
19	17.2260	16.4262	15.6785	14.9789	14.3238	13.7098	13.1339	12.5933	12.0853	11.6077	11.1581	10.7347	10.3356	9.9591
20	18.0456	17.1686	16.3514	15.5892	14.8775	14.2124	13.5903	13.0079	12.4622	11.9504	11.4699	11.0185	10.5940	10.1945
21	18.8570	17.9001	17.0112	16.1845	15.4150	14.6980	14.0292	13.4047	12.8212	12.2752	11.7641	11.2850	10.8355	10.4135
22	19.6604	18.6208	17.6580	16.7654	15.9369	15.1671	14.4511	13.7844	13.1630	12.5832	12.0416	11.5352	11.0612	10.6172
23	20.4558	19.3309	18.2922	17.3321	16.4436	15.6204	14.8568	14.1478	13.4886	12.8750	12.3034	11.7701	11.2722	10.8067
24	21.2434	20.0304	18.9139	17.8850	16.9355	16.0584	15.2470	14.4955	13.7986	13.1517	12.5504	11.9907	11.4693	10.9830
25	22.0232	20.7196	19.5235	18.4244	17.4131	16.4815	15.6221	14.8282	14.0939	13.4139	12.7834	12.1979	11.6536	11.1469
26	22.7952	21.3986	20.1210	18.9506	17.8768	16.8904	15.9828	15.1466	14.3752	13.6625	13.0032	12.3924	11.8258	11.2995
27	23.5596	22.0676	20.7069	19.4640	18.3270	17.2854	16.3296	15.4513	14.6430	13.8981	13.2105	12.5750	11.9867	11.4414
28	24.3164	22.7267	21.2813	19.9649	18.7641	17.6670	16.6631	15.7429	14.8981	14.1214	13.4062	12.7465	12.1371	11.5734

ملحق رقم (4) القيمة الحالية للدفعات العادية

	8%	8.50%	9%	9.50%	10%	10.50%	11%	11.50%	12%	12.50%	13%	13.50%	14%	14.50%
1	0.9259	0.9217	0.9174	0.9132	0.9091	0.9050	0.9009	0.8969	0.8929	0.8889	0.8850	0.8811	0.8772	0.8734
2	1.7833	1.7711	1.7591	1.7473	1.7355	1.7240	1.7125	1.7012	1.6901	1.6790	1.6681	1.6573	1.6467	1.6361
3	2.5771	2.5540	2.5313	2.5089	2.4869	2.4651	2.4437	2.4226	2.4018	2.3813	2.3612	2.3413	2.3216	2.3023
4	3.3121	3.2756	3.2397	3.2045	3.1699	3.1359	3.1024	3.0696	3.0373	3.0056	2.9745	2.9438	2.9137	2.8841
5	3.9927	3.9406	3.8897	3.8397	3.7908	3.7429	3.6959	3.6499	3.6048	3.5606	3.5172	3.4747	3.4331	3.3922
6	4.6229	4.5536	4.4859	4.4198	4.3553	4.2922	4.2305	4.1703	4.1114	4.0538	3.9975	3.9425	3.8887	3.8360
7	5.2064	5.1185	5.0330	4.9496	4.8684	4.7893	4.7122	4.6370	4.5638	4.4923	4.4226	4.3546	4.2883	4.2236
8	5.7466	5.6392	5.5348	5.4334	5.3349	5.2392	5.1461	5.0556	4.9676	4.8820	4.7988	4.7177	4.6389	4.5621
9	6.2469	6.1191	5.9952	5.8753	5.7590	5.6463	5.5370	5.4311	5.3282	5.2285	5.1317	5.0377	4.9464	4.8577
10	6.7101	6.5613	6.4177	6.2788	6.1446	6.0148	5.8892	5.7678	5.6502	5.5364	5.4262	5.3195	5.2161	5.1159
11	7.1390	6.9690	6.8052	6.6473	6.4951	6.3482	6.2065	6.0697	5.9377	5.8102	5.6869	5.5679	5.4527	5.3414
12	7.5361	7.3447	7.1607	6.9838	6.8137	6.6500	6.4924	6.3406	6.1944	6.0535	5.9176	5.7867	5.6603	5.5383
13	7.9038	7.6910	7.4869	7.2912	7.1034	6.9230	6.7499	6.5835	6.4235	6.2698	6.1218	5.9794	5.8424	5.7103
14	8.2442	8.0101	7.7862	7.5719	7.3667	7.1702	6.9819	6.8013	6.6282	6.4620	6.3025	6.1493	6.0021	5.8606
15	8.5595	8.3042	8.0607	7.8282	7.6061	7.3938	7.1909	6.9967	6.8109	6.6329	6.4624	6.2989	6.1422	5.9918
16	8.8514	8.5753	8.3126	8.0623	7.8237	7.5962	7.3792	7.1719	6.9740	6.7848	6.6039	6.4308	6.2651	6.1063
17	9.1216	8.8252	8.5436	8.2760	8.0216	7.7794	7.5488	7.3291	7.1196	6.9198	6.7291	6.5469	6.3729	6.2064
18	9.3719	9.0555	8.7556	8.4713	8.2014	7.9451	7.7016	7.4700	7.2497	7.0398	6.8399	6.6493	6.4674	6.2938
19	9.6036	9.2677	8.9501	8.6496	8.3649	8.0952	7.8393	7.5964	7.3658	7.1465	6.9380	6.7395	6.5504	6.3701
20	9.8181	9.4633	9.1285	8.8124	8.5136	8.2309	7.9633	7.7098	7.4694	7.2414	7.0248	6.8189	6.6231	6.4368
21	10.0168	9.6436	9.2922	8.9611	8.6487	8.3538	8.0751	7.8115	7.5620	7.3256	7.1016	6.8889	6.6870	6.4950
22	10.2007	9.8098	9.4424	9.0969	8.7715	8.4649	8.1757	7.9027	7.6446	7.4006	7.1695	6.9506	6.7429	6.5459
23	10.3711	9.9629	9.5802	9.2209	8.8832	8.5656	8.2664	7.9845	7.7184	7.4672	7.2297	7.0049	6.7921	6.5903
24	10.5288	10.1041	9.7066	9.3341	8.9847	8.6566	8.3481	8.0578	7.7843	7.5264	7.2829	7.0528	6.8351	6.6291
25	10.6748	10.2342	9.8226	9.4376	9.0770	8.7390	8.4217	8.1236	7.8431	7.5790	7.3300	7.0950	6.8729	6.6629
26	10.8100	10.3541	9.9290	9.5320	9.1609	8.8136	8.4881	8.1826	7.8957	7.6258	7.3717	7.1321	6.9061	6.6925
27	10.9352	10.4646	10.0266	9.6183	9.2372	8.8811	8.5478	8.2355	7.9426	7.6674	7.4086	7.1649	6.9352	6.7184
28	11.0511	10.5665	10.1161	9.6971	9.3066	8.9422	8.6016	8.2830	7.9844	7.7043	7.4412	7.1937	6.9607	6.7409